

La Gravedad y los Cuantos

ENRIQUE ÁLVAREZ

Contents

1	Introducción	3
2	Gravitación newtoniana: de la caída de los graves a las órbitas de los planetas	9
3	El Principio Cuántico	22
4	Espacio y Tiempo: Relatividad especial	28
5	Las interacciones fundamentales del mundo físico	44
6	La gravedad como la curvatura del espacio-tiempo	48
7	Gravitación y Física Cuántica: un oxímoron?	58
8	Radiación de Hawking.	61
9	La gravitación cuántica. Un problema para el Siglo XXI	72

1 Introducción

Realmente todavía no sabemos cuál es la relación entre los objetos mencionados en el título¹, a saber, la gravitación, fuerza sobre la que todos poseemos una intuición cotidiana, y las entidades discretas de energía características de los fenómenos subatómicos.

La pregunta es pertinente, sin embargo, y mucho. Tanto si la respuesta es en un sentido como si lo es en otro, será una parte importante de la imagen que nos hacemos de la Naturaleza. Porque imaginemos que la respuesta es en negativo; esto es, que no existe relación alguna entre la gravitación y los *quanta*. Esto querría decir que la gravitación es, radicalmente diferente de las otras interacciones fundamentales (en un momento describiremos cuáles son). Naturalmente nos gustaría entender por qué. Y nos dejaría, incidentalmente, con pocas posibilidades de entender el origen del Universo.

Por otra parte, si la respuesta fuese afirmativa, ello querría decir que realmente la mecánica cuántica proporcionaría respuestas a las preguntas básicas sobre las singularidades del espacio-tiempo (como el precitado *big bang*, sobre el que tendremos ocasión de hablar más en extenso en breve. Quién puede resistir la curiosidad de saber cuál va a ser la respuesta a nuestras preguntas fundamentales?

De acuerdo con una intuición genial del físico japonés Yukawa toda interacción se puede visualizar desde el punto de vista cuántico como el *intercambio* de un cierto cuanto entre los dos cuerpos que están interaccionando. Se han descubierto en la Naturaleza cuatro interacciones que consideramos fundamentales, (en el sentido de que todas las interacciones que se conocen son, en principio, reducibles a éstas) y que son, además de la gravitatoria, la electromagnética, tal y como la reformuló Maxwell, la (nuclear) fuerte, que mantiene a los constituyentes de los núcleos atómicos, llamados nucleones, unidos entre sí a pesar de la repulsión electromagnética entre los protones (o los quarks, dependiendo del nivel de

¹En esta Introducción se intenta dar una perspectiva general del problema, por lo que ha resultado inevitable emplear conceptos que sólo en los capítulos posteriores se definen con precisión

descripción), y finalmente, la interacción débil, responsable de la desintegración β de los citados núcleos atómicos.

El cuanto asociado a la interacción electromagnética no es otro que el fotón; en tanto que el cuanto asociado a las interacciones débiles es triple, y está constituido por un conjunto de tres partículas similares a de fotones masivos, los llamados bosones vectoriales $W^\pm$ y Z^0 . Finalmente, los cuantos asociados a las interacciones fuertes son los ocho gluones (que no existen como estados libres, ya que están confinados en unidades *neutras*. Todas estas partículas han sido descubiertas experimentalmente.

Pues bien, a los hipotéticos (ya que éstos todavía no han sido detectados en los laboratorios) cuantos responsables de la interacción gravitatoria ya se les ha dado un nombre, *gravitones* (por analogía con los cuantos de la interacción electromagnética, los *fotones*).

Pero nadie ha encontrado todavía, decimos, estos cuantos de la gravedad. Esta búsqueda juega entre los físicos teóricos un papel análogo al de la búsqueda del Graal para los caballeros medievales. Los más optimistas esperan que su milagroso bebedizo nos permita entender los infinitos de la Teoría Cuántica de Campos. Los más precavidos esperan al menos comprender si es que todas las interacciones fundamentales son realmente una sola, pero vista desde diferentes puntos de vista, o bien si las interacciones son realmente diferentes, y en este caso, nos gustaría saber por qué (como también estaríamos encantados con entender por qué existe el muón, que es como una *fotocopia* del electrón, sólo que 200 veces más pesado, etc).

Cuál es el problema?

Parte de la dificultad estriba en que la *única* cantidad con dimensiones de longitud que se puede construir usando la constante de Planck, $\hbar$, la velocidad de la luz, c y la constante de la gravitación universal de Newton (así llamada en honor de Isaac Newton, gran físico británico), G es

$$l_p \equiv \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6 \times 10^{-33} \text{ cm} \quad (1)$$

Parece razonable a primera vista el postular que la longitud de Planck es la escala a

la que hay que explorar la naturaleza para poder discriminar los efectos cuánticos de la gravitación. Ahora bien, esa escala es aproximadamente, 20 órdenes de magnitud más pequeña que el fermi (un fermi es, por definición, $10^{-13}cm$, y es la escala a la que se comienzan a discriminar las interacciones subnucleares entre los componentes de los núcleos atómicos, protones y neutrones, en primera aproximación, pero en definitiva, compuestos todos de quarks), lo que hace que sea correspondientemente más difícil la producción y detección de cualquier tipo de partículas que sólo interaccionen gravitacionalmente a nivel fundamental. Ello es así debido al principio de incertidumbre de Heisenberg: para localizar una partícula con una precisión muy pequeña es necesario que la incertidumbre en su velocidad sea del orden de la constante de Planck racionalizada, dividida por su masa y por la incertidumbre en la posición, que es una cantidad tanto más grande cuanto más pequeña sea la escala de distancias.

Ahora bien, en los aceleradores de partículas, como el enorme anillo de colisión que se está actualmente construyendo en el Laboratorio Europeo de Física de Partículas (CERN), cerca de Ginebra, y que se llama LHC, según las iniciales en inglés del poco imaginativo nombre de *large hadron collider*, o *gran colisionador de hadrones*, las máximas energías que se esperan alcanzar en los próximos años es de unos $7,000 GeV$,² que permitirán explorar distancias del orden de la milésima de fermi, diecisiete órdenes de magnitud por encima de lo necesario para detectar efectos de gravedad cuántica.

No es, pues, esperable adquirir información sobre gravitones a partir de los aceleradores en un futuro próximo. La situación es, entonces, opuesta a la habitual en toda ciencia. Lo normal es que exista toda una batería de experimentos que no se entienden, o sólo

²El GeV, o gigaelectrón-voltio, es igual a $10^9 eV$, (esta notación, que utilizaremos repetidamente, quiere decir un uno seguido de tantos ceros como tenga el exponente; en este caso mil millones. Si el exponente fuese negativo, indica el número de ceros que hay después del punto decimal; por ejemplo, $0.1=10^{-1}$; $0.001=10^{-3}$, etc.) y un electrón-voltio, es la energía que adquiere un electrón al ser sometido a una diferencia de potencial de un voltio. Estas energías son pequeñas a escala macroscópica, pero hay que tener en cuenta que están concentradas en partículas elementales, que son prácticamente puntuales.

parcialmente, y que son la guía de toda edificación teórica: se propone una explicación, que si fuese cierta conllevaría una serie de consecuencias, que se pueden contrastar con el experimento. Si son falsas, hay que desechar la explicación propuesta, y no existe más remedio que buscar otra, mientras que si son ciertas, hay que seguir buscando consecuencias para poder avanzar en este camino de la comparación con el experimento. Como ha señalado Popper, sólo la falsación es definitiva; la verificación siempre es parcial.

Ante la ausencia de datos experimentales hay dos actitudes posibles. Una es la de esperar, y dedicarse mientras tanto a otros menesteres. Lo que ocurre es que la espera de los datos puede ser larga, mucho más que la esperanza de vida humana. Hay otras personas (entre las que se incluye el autor) que no pueden resistir la tentación de pensar cuál podría ser la solución a este problema; cómo sería el mundo en el que la gravitación obedeciese también a las leyes de la mecánica cuántica. Y así lo decimos, porque, evidentemente, una posible salida al problema estriba en decir que, sencillamente, la gravitación *nunca* obedece las leyes de la mecánica cuántica. No nos parece defendible esta opinión, por razones que expondremos en su momento.

Muchos grandes físicos del siglo XX han participado en esta aventura: desde Feynman o Schwinger, pasando por Dirac, hasta Weinberg o 't Hooft, sin olvidar evidentemente a Hawking y Penrose.

El problema no es sólo de ausencia de datos. Como veremos, Einstein nos enseñó en su Relatividad General que la propia estructura del espacio y el tiempo estaba determinada por el contenido material del Universo. Conceptos como simultaneidad, causalidad, etc, dependen entonces del contenido material. Todo este marco conceptual es clásico; esto es no cuántico. Cómo se va a modificar cuando se tengan en cuenta los efectos cuánticos? Por ejemplo, cómo va a afectar el principio de incertidumbre al concepto mismo de causalidad? Por otra parte, es bien conocido, y ésta es una de las contribuciones importantes de los físicos ingleses Penrose y Hawking, que el espacio tiempo es genéricamente singular. La singularidad más conocida es la singularidad inicial del universo, el *big bang*. Naturalmente

en la Naturaleza no hay singularidades; sólo en las ecuaciones propuestas por los físicos. Cuando una teoría predice una singularidad, esto sólo quiere decir que se ha llegado a una frontera, a partir de la cual la teoría pierde su capacidad de predicción. Es de esperar que los efectos cuánticos modifiquen esta situación, (como de hecho ocurre con las singularidades predichas por las ecuaciones de Maxwell) pero cómo?

Entender las relaciones entre la gravedad y la física cuántica: ésta es la gran aventura de la Física Teórica en el siglo XXI. El modesto objetivo de las presentes líneas no es otro que intentar transmitir algunas de las razones de la emoción de esa búsqueda.

La física es, naturalmente, una ciencia experimental. El hecho de que los autores sean ambos, físicos teóricos, y de que el tema principal del libro se refiera a un problema sobre el que todavía no hay información empírica directa, podría quizás dar a entender que la física es una ciencia deductiva. Ello sólo es así en parte. Existe un aspecto creativo en la investigación, a saber, el imaginar nuevas teorías y puntos de vista, y un aspecto deductivo-matemático, que es el de extraer las consecuencias verificables de las hipótesis. Pero también existe el paso siguiente y fundamental, que es el de comparar con el experimento. En caso de que las predicciones sean falsadas, hay que abandonar la teoría, a pesar de su posible belleza, y por muy convincentemente que se haya analizado. Es ésta la gran diferencia que existe entre la física, por muy teórica que sea, y las matemáticas. Desgraciadamente, no parece próximo el momento de dar estos pasos en el problema de la cuantificación de la gravedad.

Finalmente, unas palabras sobre el lector al que está dirigido este libro.

En estos tiempos de educación general obligatoria hasta los 16 años, nos parecería un insulto al lector presumir de que no hay ecuaciones en este libro. Hay pocas en el texto principal; aunque de vez en cuando unos apéndices pueden ayudar a comprender mejor algunos puntos concretos a personas con un poco más de información matemática.

Por otra parte, en una época en la que abunda el *pensamiento débil* hemos tratado de

separar claramente aquello que está bien establecido empíricamente de las especulaciones y conjeturas realizadas por los científicos que tratan de adelantarse al experimento y adivinar la estructura de la Naturaleza a muy pequeña escala.

El lector ideal de nuestro libro es un estudiante curioso de últimos años de bachillerato, o una persona que no haya estudiado ciencias, pero que esté dispuesta a reflexionar con sentido crítico sobre problemas *materiales*. Weinberg ha caracterizado magníficamente a su lector ideal, como un astuto abogado, lego en matemáticas, pero dispuesto a no dejarse engañar con ninguna agañaza lógica.

Nos gustaría no defraudar a ningún lector potencial, y nos encantaría pensar que algunas personas pueden encontrar en las páginas que siguen algunas reflexiones no triviales que pueden estimularlas a pensar, y a estudiar otros trabajos más merecedores de tal esfuerzo que el nuestro.

la

2 Gravitación newtoniana: de la caída de los graves a las órbitas de los planetas

Qué es una fuerza? Para la física griega, llamada por abuso de lenguaje *aristotélica*, y también todavía en la intuición de mucha gente, una fuerza es aquello que hace que algo se mueva.

Pero este concepto, aún teniendo algo de verdad, no es suficientemente preciso. La intuición que revolucionó la física es precisamente el que *no hay diferencia esencial entre velocidad nula o velocidad no nula, siempre que ésta sea constante*. Hoy en día tenemos evidencia de la validez de esta ley al viajar en el AVE, o en los aviones cuando no hay turbulencias. Pero la capacidad de abstracción y de concentración en lo esencial que era necesaria para postular este principio en el siglo XVI es asombrosa. Por razones históricas, este principio es conocido como principio de Relatividad de Galileo, en honor del físico italiano Galileo Galilei.

Es interesante resaltar que este principio cambia radicalmente la caracterización de la ausencia de fuerza externa, que ya no consiste en la ausencia de movimiento, sino en que el movimiento sea *uniforme* (esto es, con velocidad constante).

Precisamente la Segunda Ley de Newton permite expresar este principio de una forma matemáticamente precisa, igualando la fuerza con la variación de la velocidad con el tiempo (llamada *aceleración*)

$$\vec{F} = m_i \vec{a} \quad (2)$$

La eficiencia de una misma fuerza en producir aceleración en distintos objetos es una magnitud experimentalmente accesible, que se denomina *masa inerte*. Las Leyes de Newton, junto con las técnicas matemáticas que el propio Newton (al mismo tiempo que Leibnitz)

inventó con el objetivo de explorar sus consecuencias (es decir, el cálculo infinitesimal), son una de las grandes conquistas de la mente humana.

Pero así y todo, está claro que no pueden ser *universalmente* válidas.

Pensemos por ejemplo en el concepto de fuerza. Todos estamos sometidos a la fuerza de la gravedad, que interpretamos (de nuevo gracias a Newton) como la atracción gravitatoria de la Tierra sobre nuestro cuerpo. Pero está claro que en un sistema en caída libre (como un ascensor que se esté cayendo, o un satélite en órbita ³), esta fuerza está ausente. La razón es clara: al estar el ascensor sometido a la misma aceleración gravitatoria que nosotros (debido al principio de equivalencia, que enfatizaremos más adelante), no sentimos ninguna fuerza que actúe sobre nosotros en este sistema. Es decir, que el propio concepto de fuerza no es universal; depende del sistema de referencia ⁴ en el que se trabaje.

Naturalmente, es posible expresar las leyes de Newton en un sistema de referencia arbitrario; no es más que un ejercicio de geometría. Pero esto en general es muy complicado, y hace aparecer *fuerzas* (llamadas genéricamente de Coriolis) en circunstancias donde en otro sistema de referencia existe un movimiento uniforme.

Este es un punto algo delicado, por lo que pondremos un ejemplo. Supongamos un objeto en reposo. Toda persona razonable diría que su aceleración es nula, y que, por consiguiente, no actúa ninguna fuerza sobre él, de acuerdo con la segunda ley de Newton. Ahora bien, si alguien insiste en observar el objeto desde una noria de un parque de atracciones, y refiere todas sus medidas al eje de giro de la noria como origen, el objeto se verá como si estuviera girando, y, por consiguiente, su velocidad variaría, por lo que su aceleración no sería nula, y por consiguiente, alguna fuerza tendría que producir esta aceleración. Es probable que el lector tenga la sensación de que se le está haciendo trampa,

³No tiene por qué ser inmediatamente claro que un satélite es físicamente un sistema en caída libre; veremos alguna justificación más adelante

⁴Para nuestros efectos, un sistema de referencia no es más que un procedimiento sistemático para etiquetar todos los puntos del espacio en cada instante de tiempo

y que afirme que es claro que el punto de vista de la noria es un punto de vista enloquecido, porque sólo gira gracias a un sistema de fuerzas externas: el motor, y las sujecciones. Pero si pensamos un poco más nos damos cuenta de que la cosa no es tan sencilla. Después de todo, la tierra gira sobre su eje, y alrededor del Sol, que a su vez gira alrededor de la galaxia, que a su vez gira alrededor del cúmulo local, etc. No está claro donde hay que pararse.

Cómo saber cuál es el buen sistema de referencia?

La respuesta es que tal cosa no existe. Y por consiguiente, tampoco existe una definición absoluta de fuerza. O dicho de otra manera, sólo podemos definir lo que es un sistema de referencia inercial si tenemos una definición de fuerza que sea lógicamente independiente.

Dado un sistema de referencia; el estado de reposo (o movimiento uniforme), nos proporciona una definición de fuerza *asociada a ese sistema de referencia*. Lo que sí que existe es toda una *familia* de sistemas de referencia que son físicamente equivalentes al que hemos escogido, y que son básicamente todos los que se mueven *con velocidad constante* con respecto a él. Podemos decir que estos son los sistemas de referencia en los que las leyes de Newton se escriben de forma sencilla. En resumen: no hay nada malo en utilizar sistemas de referencia no inerciales. Un sistema de referencia no inercial, es equivalente a un sistema de referencia inercial con ciertas fuerzas extra, tipo Coriolis.

Las transformaciones de un sistema de referencia inercial a otro también inercial, se llaman transformaciones de Galileo. Además de los cambios de un referencial a otro que se mueve respecto al primero con velocidad constante, tal y como que acabamos de ver, también hay que incluir el hecho de que no existe ningún punto privilegiado en el espacio, ni tampoco ningún instante privilegiado en el tiempo. Todos son equivalentes a la hora de escribir las leyes físicas. Esto constituye la invariancia bajo *traslaciones*, tanto espaciales como temporales. Asimismo, tampoco existe ninguna dirección privilegiada en el espacio: esto está expresado en la invariancia bajo *rotaciones*.

Las dos fuerzas conocidas desde la antigüedad⁵, a saber, la Gravitación y el Electromagnetismo, son extremadamente parecidas, pero no idénticas. La expresión para la fuerza que actúa entre dos *cargas* es básicamente la misma: el producto de las dos cargas dividido por el cuadrado de la distancia. En el caso del electromagnetismo, las *cargas* son las cargas eléctricas, que pueden ser positivas o negativas, y la fuerza está definida por el producto de las cargas con su signo, cargas del mismo signo se repelen, (recordemos que $(-1)^2 = 1$) mientras que cargas de signo distinto se atraen. En el caso de la gravitación las *cargas* son las masas ordinarias, medidas en gramos, multiplicadas por la raíz cuadrada de la constante de Newton. Para darse una idea de la intensidad relativa de estas fuerzas, es conveniente utilizar cantidades adimensionales (esto es, que son números puros.) Esto se consigue fácilmente, en el caso del electromagnetismo, simplemente dividiendo por la raíz cuadrada del producto de la constante de Planck racionalizada y la velocidad de la luz ⁶, y en el caso de la gravitación, dividiendo por la llamada *masa de Planck*⁷, cuyo valor aproximado es $10^{-19}m_{proton}$, es decir, que la masa de un protón es un uno seguido de 19 ceros veces mayor que la masa de Planck. En estas condiciones, y para un protón, la carga adimensional electromagnética es 10^{20} veces mayor que la carga gravitatoria. Es decir, que las fuerzas electromagnéticas entre dos protones son mucho mayores que las gravitatorias; exactamente, el cociente entre las dos es un uno seguido de 20 ceros.

Por qué no es ello así para los cuerpos macroscópicos? Después de todo, no nos sentimos irresistiblemente atraídos por las líneas de alta tensión, y sí en cambio, en mayor o menor medida, somos conscientes de nuestro peso, que no es otra cosa que la atracción gravitatoria que sobre nosotros ejerce la tierra.

⁵Como ya hemos indicado, hoy se piensa que hay otras dos *interacciones fundamentales*, a saber las *fuertes*, responsables del confinamiento de los nucleones en el interior de los núcleos, y las *débiles*, responsables de la radiactividad β , etc. Ambas (aunque por diferentes razones) son, sin embargo, de corto alcance, por lo que resultan difíciles de detectar macroscópicamente

⁶ $\hat{e} \equiv \frac{e}{\sqrt{\hbar c}}$

⁷ $\hat{m} \equiv \frac{m}{m_P}$, donde $m_P^2 \equiv \frac{G^2}{\hbar c}$

La razón es doble: por una parte, hay cargas positivas y negativas. Esto hace que en cuanto haya una carga positiva en un medio cargado, esta carga se rodee de una nubecilla de cargas negativas, de forma que la fuerza residual que se observa a largas distancias es mucho menor que la que existiría si no existiera la nubecilla. A este fenómeno se le llama *apantallamiento*, y está en el origen de que los cuerpos macroscópicos sean, en muy buena aproximación, eléctricamente neutros.

Pero no hay cargas gravitacionales negativas, y por consiguiente, no hay apantallamiento gravitatorio. En un cuerpo macroscópico, que tiene un número de protones y neutrones que es al menos del orden de 10^{25} ⁸ *todas* las fuerzas gravitatorias entre todos los constituyentes elementales (que, dependiendo del nivel al que detengamos el análisis, serán las moléculas, los átomos, o los quarks y electrones), todas ellas, decimos, se suman, y producen un resultado apreciable macroscópicamente.

De hecho, cuanto más grande es la dimensión del objeto, más importante es la fuerza gravitatoria respecto de la electromagnética, dado que el mecanismo de apantallamiento es cada vez más eficaz, y la única interacción de largo alcance que no se apantalla es la gravitatoria. Hasta tal punto es esto cierto, que en el estudio de la cosmología, o teoría del Universo, ésta es la interacción dominante.

Una de las ideas más geniales de Newton fué la de darse cuenta de que las cosas que no se caen (como por ejemplo, los planetas que orbitan) pueden estar también en caída libre. Empleamos el término caída libre como sinónimo de movimiento de un cuerpo abandonado

⁸Avogadro determinó que un gramo-mol de un elemento químico como el oxígeno contenía aproximadamente $N_A \sim 6 \times 10^{23}$ moléculas. Un gramo mol es un número de gramos igual al peso atómico de la molécula en el caso del oxígeno, como la molécula de O_2 tien dos átomos, y cada átomo tien 8 protones y 8 neutrones (por lo que su peso atómico es 16) un gramo-mol es 16 gramos de gas oxígeno. Como la tabla periódica de elementos lista más de 100 elementos dferentes, cuyos pesos atómicos pueden ser superiores a 200, y además la mayoría de las moléculas son poliatómicas, nos vemos conducidos a multiplicar el número de Avogadro por un factor al menos 100 para obtener una estimación de número de moléculas en un cuerpo macroscópico

a la sola acción del campo gravitatorio.

Hoy en día es frecuente haber visto en televisión los movimientos (ausentes de gravedad) de los astronautas de la Estacion Espacial MIR, pero ello no era así en tiempos de Newton.

Una manera de entender esto es utilizar el principio de *conservación de la energía*. Este principio, y, en general, todas las *leyes de conservación* son una de las herramientas más potentes de las que disponen los físicos para entender la naturaleza. Cuando existe una cantidad conservada, como la energía o el momento lineal, el valor de esta cantidad es el mismo en todos los instantes del movimiento del sistema en cuestión. Ahora bien, con frecuencia tenemos información sobre el comportamiento de este sistema en ciertos instantes privilegiados: por ejemplo, sabemos las condiciones iniciales (es decir, que hemos *preparado* el sistema de una cierta manera en un cierto instante que definimos como inicial; esta preparación especifica entonces de una vez por todas el valor de *todas* las cantidades conservadas, que han de mantener a partir de entonces ese mismo valor fijado para siempre por nosotros; o bien sabemos donde va a acabar el sistema al cabo de un tiempo muy grande (*condiciones asintóticas*); esto también fija el valor de las cantidades conservadas necesario, en este segundo caso, para que, transcurrido un tiempo muy grande, el sistema pueda acabar donde se le ha prescrito.

Pues bien como decíamos, existe una cantidad, llamada energía, que se conserva durante el movimiento. Este hecho, uno de los más básicos de la física es, de hecho, una consecuencia de las leyes de Newton, en el caso particular de que la fuerza externa derive de un potencial; es decir, que se pueda representar como el *gradiente*, o variación de una función, llamada precisamente, *energía potencial*. En el caso de la interacción gravitatoria, tomando como origen de coordenadas la masa que produce la atracción,

$$V(r) = -\frac{Gm}{r} \quad (3)$$

Es decir, que la energía potencial en un campo gravitatorio es *siempre* negativa. Su módulo disminuye cuando nos alejamos del origen, tendiendo a cero en el infinito; en tanto que

crece indefinidamente al acercarnos al origen. Esto quiere decir, ni más ni menos, que la fuerza sufrida por la masa m_2 , debido a la atracción gravitatoria de la masa m_1 , es

$$\vec{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (4)$$

donde $\hat{r} \equiv \frac{\vec{r}}{r}$ es el vector unitario en la dirección radial,. Esta es la famosa ley que dice que dos masas se atraen con una fuerza dirigida en la dirección de la línea que une las masas, y con sentido atractivo . El módulo de la fuerza es proporcional al producto de sus masas, dividida por el cuadrado de la distancia entre ellas. Newton, incidentalmente, amargó su vida con algunas famosas polémicas; una de ellas, con el físico Hooke, precisamente sobre la prioridad en el descubrimiento de que la fuerza de la gravitación disminuía con el cuadrado de la distancia (y no con ninguna otra potencia).

Un segundo aspecto importante de la fórmula 4 es que la fuerza que la masa m_2 ejerce sobre la masa m_1 es igual en módulo, pero de sentido contrario a la que m_1 ejerce sobre m_2 . Este es precisamente el contenido de la llamada *tercera ley de newton*, o principio de acción y reacción.

Hay otras muchas cosas interesantes en esta fórmula. Una de ellas es que la teoría de Newton es una *teoría de acción a distancia*; esto es, que el tiempo no aparece en el segundo miembro de la ecuación. Esto quiere decir que si se desplaza una de las masas, la fuerza cambia (al cambiar la distancia); y ese cambio se percibe *instantáneamente* en todos los puntos del Universo.

Es éste uno de los aspectos más revolucionarios de la teoría de Newton, claramente en contradicción con las ideas mecanicistas del filósofo francés René Descartes, a cuya teoría de vórtices dedicó precisamente Newton algunas acerbas páginas.

La energía total del sistema es la suma de dos términos: la *energía cinética*, proporcional al cuadrado de la velocidad,(más precisamente, $E_c \equiv \frac{1}{2}mv^2$ y la *energía potencial*, que es otra manera de caracterizar la interacción.

Por ejemplo, si la energía potencial es positiva, los movimientos posibles en ese potencial

estarían caracterizados por las zonas en las que esa energía potencial es menor que la energía total, E , fijada de una vez por todas mediante las condiciones iniciales.

$$E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + V(\vec{r}) \quad (5)$$

La clave del razonamiento es que al ser la energía cinética siempre positiva (lo menos que puede valer es cero, cuando el objeto está en reposo), la energía total ha de ser al menos igual a la energía potencial; y si ésta es positiva, esto implica restricciones a los movimientos posibles. Es decir, que el movimiento no es posible en las zonas en las que

$$V(\vec{r}) > E \quad (6)$$

ya que no hay ningún valor posible de la velocidad que haga que la energía cinética se vuelva negativa. En la figura (3.1) se ha representado un posible potencial, así como tres posibles valores de la energía total,⁹ las zonas de movimiento permitidas para cada uno de esos valores.

Además, dado que la energía potencial ha de ser siempre inferior a la energía total, la diferencia entre estas dos cantidades es una medida de la velocidad, que es tanto más grande cuanto mayor es dicha diferencia.

Si la energía potencial se hace cada vez más negativa, claramente la velocidad del objeto en esa zona se hace cada vez más grande.

En principio se puede pensar desde este punto de vista que la gravitación es una especie de sumidero, al ser siempre atractiva (la energía potencial, como se puede ver en la figura (3.2), es siempre negativa; variando desde $-\infty$ en el origen hasta tender asintóticamente a cero por debajo para valores arbitrariamente grandes de la coordenada radial. La *energía potencial* gravitatoria es, por consiguiente, negativa, e inversamente proporcional a la

⁹En la práctica el valor de la energía está fijado unívocamente por el experimento; para potenciales como el gravitatorio que se anulan en el infinito, la manera más sencilla de caracterizar la energía total es como $E \equiv \frac{1}{2}m\vec{v}_\infty^2$, donde $\vec{v}_\infty$ es la velocidad de la partícula cuando se encuentra muy separada del centro de atracción gravitatoria

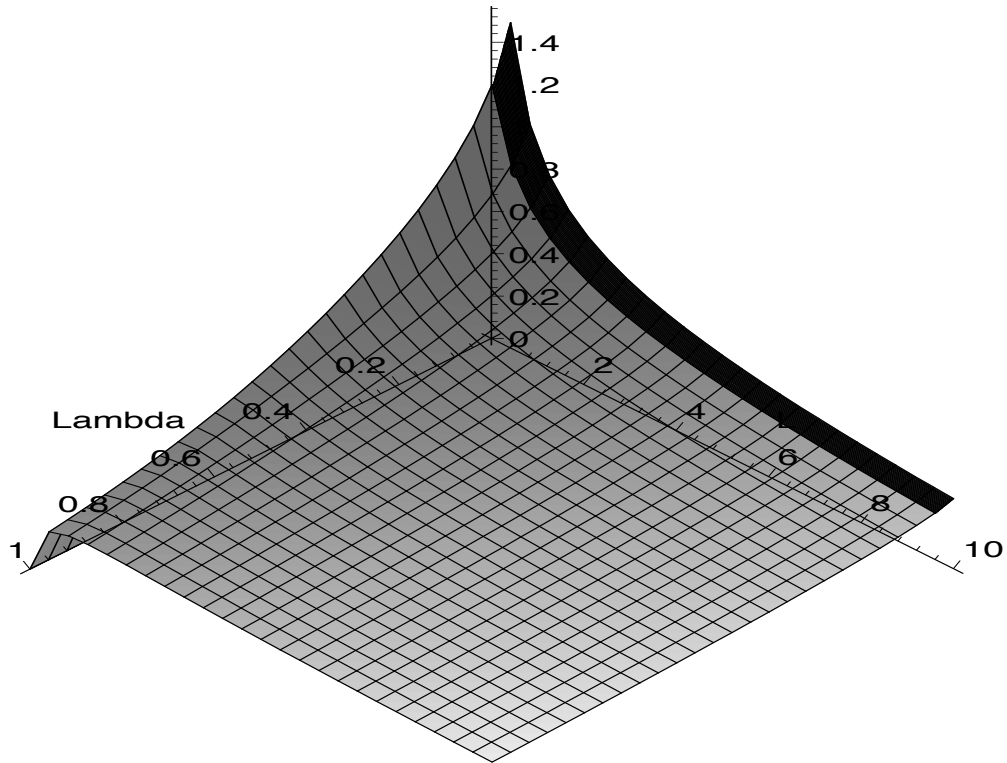


Figure 1: Hemos representado un potencial, así como la zona permitida para un valor dado de la energía total. La zona correspondiente a *movimiento prohibido* es tal que el potencial es mayor que la energía total, lo cual es incompatible con la positividad de la energía cinética, por lo que esta zona está clásicamente prohibida. A diferencia del potencial gravitatorio, el potencial que se ha representado en la figura es repulsivo; es parecido al que experimentan los cuerpos elásticos (como las bolas de billar cuando chocan entre sí).

distancia. Esto aparentemente quiere decir que para cualquier valor de la energía los dos cuerpos van a aproximarse con velocidad creciente hasta colapsar en uno solo (y formar una especie de singularidad, ya que todos los objetos masivos seguirían esta tendencia).

Esto no es necesariamente así, sin embargo.

La clave está en la conservación del *momento angular*, bien conocido por patinadores sobre hielo y trapecistas, ya que es lo que hace que cuando se pegan los brazos al cuerpo se gire más rápido. La conservación del momento angular implica en nuestro caso que

$$r^2\dot{\theta} = \text{constante}, \quad (7)$$

donde hemos caracterizado la posición en el plano mediante la distancia al centro de atracción, llamada r , y un ángulo con respecto a una línea fija en el plano, ángulo que llamamos θ (*coordenadas polares*). Un punto encima de una coordenada es una abreviación para indicar la variación con respecto al tiempo de dicha coordenada; $\dot{\theta}$ es entonces la velocidad angular, o velocidad de giro con respecto al centro de fuerzas. Claramente esto implica que si se aumenta r (lo que hacen los patinadores al extender los brazos: aumentan la distancia promedio de su distribución de masa con respecto al eje de giro) disminuye también la velocidad angular; y recíprocamente, al disminuir r , aumenta la velocidad angular; esto es lo que suelen hacer los trapecistas para efectuar los saltos mortales; de hecho se colocan en posición cuasifetal, o los patinadores cuando quieren imponer más velocidad en los giros al final de un ejercicio.

En definitiva, hay una parte de la energía cinética que nunca se puede anular. La raíz de la conservación del momento angular en nuestro caso está en el hecho de que la fuerza sea *central* (esto es, dirigida según la línea que une los dos cuerpos, y con un módulo que depende sólo de la distancia. En estas condiciones, el movimiento tiene lugar necesariamente en un plano, (que es de hecho el plano ortogonal al vector momento angular conservado), y la velocidad angular decrece en proporción inversa al cuadrado de la distancia.

Esto produce en la energía otro término *definido positivo*¹⁰, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Explícitamente,

$$V_{ef} = \frac{j^2}{2mr^2} - \frac{Gm_1m_2}{r} \quad (8)$$

¹⁰y que sólo se puede anular si el momento angular, definido por las condiciones iniciales, se anula a su vez

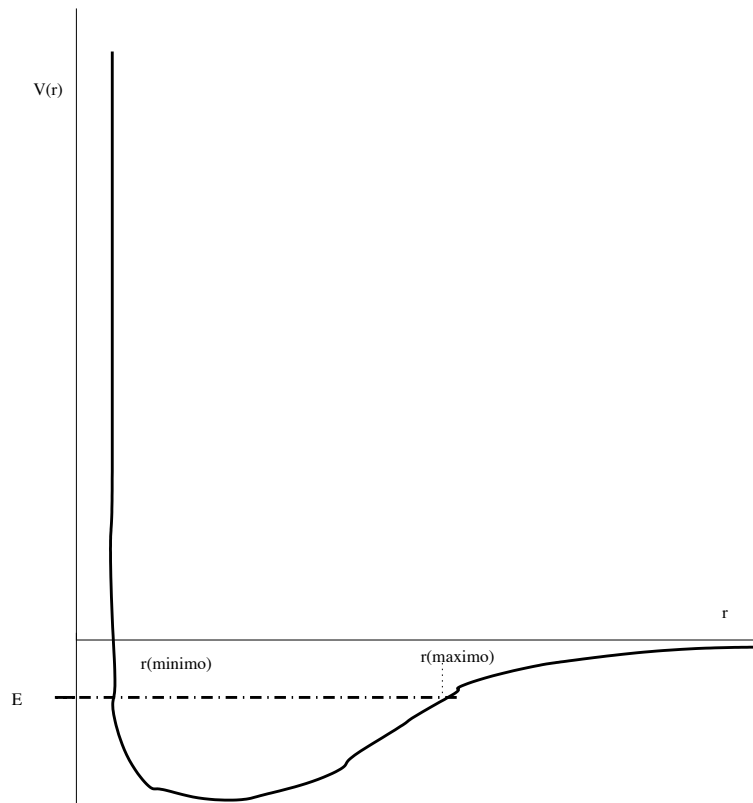


Figure 2: Potencial efectivo gravitatorio cuando el momento angular no se anula

Existe ahora una competencia entre la energía de rotación (que sólo se anula cuando $j = 0$, lo cual a su vez implica que las condiciones iniciales son tales que la partícula es lanzada exactamente hacia el centro de fuerzas, con velocidad angular nula) y la energía gravitatoria, y un compromiso es posible: las órbitas cerradas.¹¹

Cuál es la conclusión de todo esto? Pues que un móvil, abandonado a su suerte en un campo gravitatorio, no tiene por qué caer indefinidamente hasta acabar chocando con el centro de atracción (que es la primera imagen que se tiene de un sistema en caída

¹¹Realmente las órbitas no son exactamente cerradas, salvo en casos degenerados; lo que ocurre es que al cabo de un período no se vuelve exactamente al punto de partida, sino que hay un poco de adelanto. Lo que sí que es cierto es que el movimiento está confinado, entre una distancia mínima y una distancia máxima al centro de fuerzas

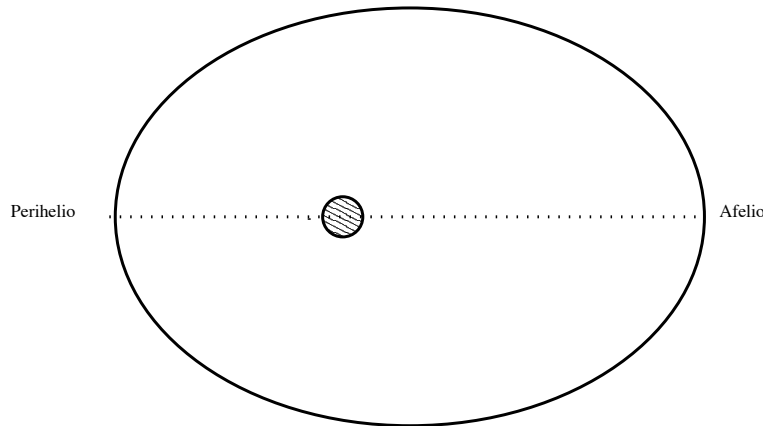


Figure 3: El ejemplo más sencillo de movimiento confinado entre un radio mínimo y un radio máximo es el de una órbita elíptica. A la distancia mínima se le llama *perihelio* (en el caso de que el centro de fuerzas sea el Sol; *periastro* en otro caso); y al punto más alejado del Sol en la órbita se le llama *afelio*.

libre: un ascensor que cae hasta el centro de la Tierra). Dependiendo de las condiciones iniciales, existen movimientos estables (en la aproximación que estamos efectuando, en la que despreciamos rozamientos y el efecto gravitatorio de otras fuentes de atracción), en los que el móvil se mantiene en una órbita. Por eso decimos que los satélites son también sistemas en caída libre; y de hecho en ellos la gravedad está tan anulada como en el famoso experimento (ideal) del ascensor en caída libre.

Este descubrimiento de la *gravitación universal* es el que ha permitido alcanzar una comprensión de los cuerpos celestes, y en definitiva, edificar la Cosmología como Ciencia del Universo, ya que como hemos indicado más arriba, las interacciones dominantes entre cuerpos macroscópicos (y que hay más macroscópico que una galaxia) están dominadas

por las fuerzas gravitatorias.

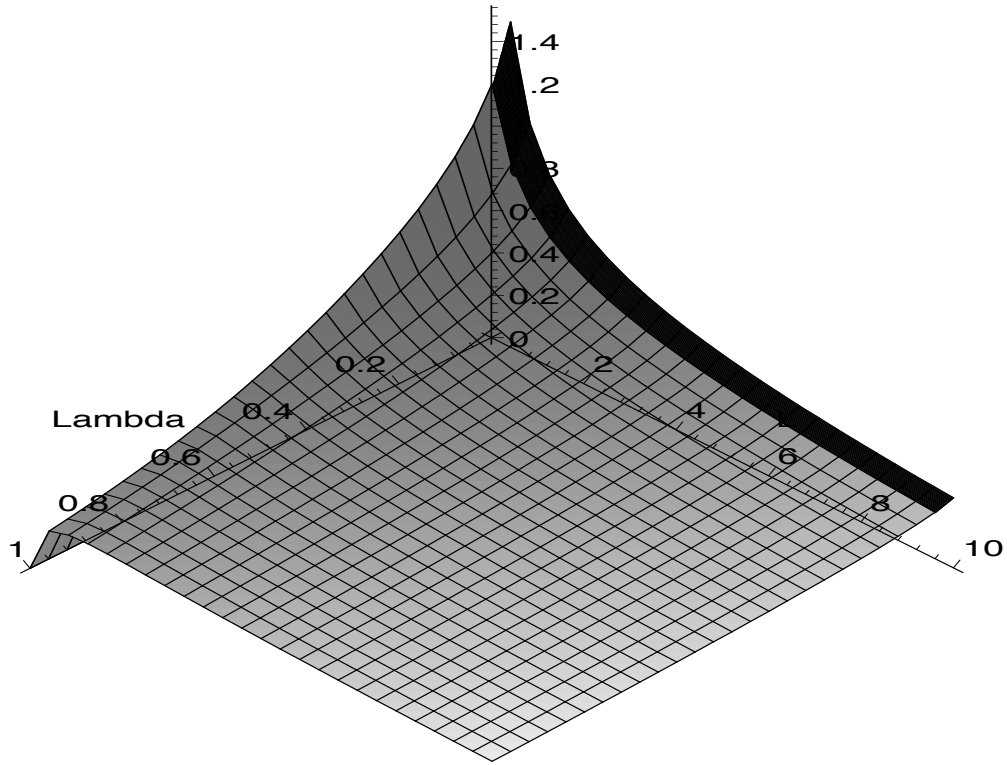


Figure 4: Hemos representado un potencial, así como la zona permitida para un valor dado de la energía total. La zona correspondiente a *movimiento prohibido* es tal que el potencial es mayor que la energía total, lo cual es incompatible con la positividad de la energía cinética, por lo que esta zona está clásicamente prohibida. A diferencia del potencial gravitatorio, el potencial que se ha representado en la figura es repulsivo; es parecido al que experimentan los cuerpos elásticos (como las bolas de billar cuando chocan entre sí).

$$x^i,$$

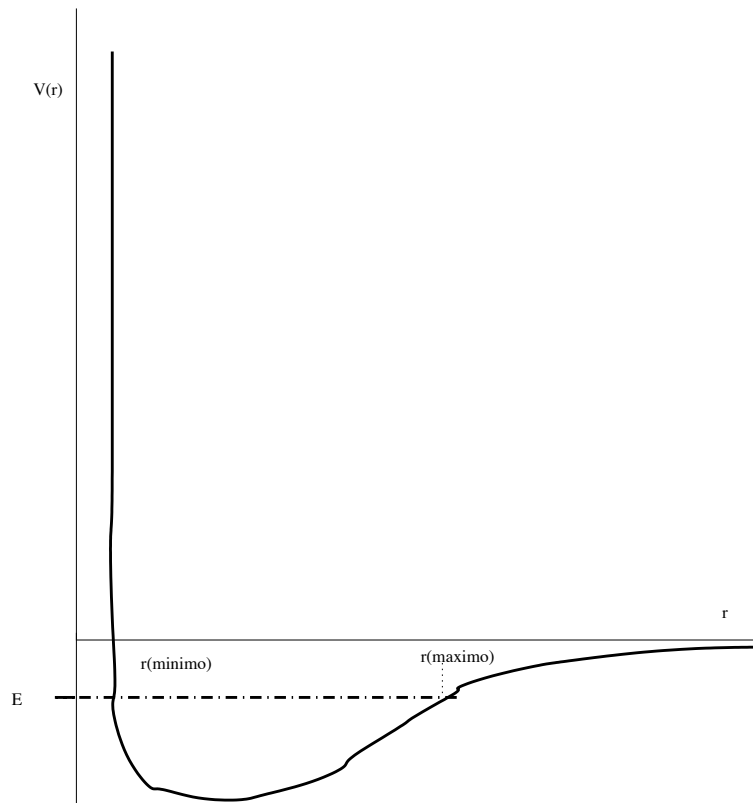


Figure 5: Potencial efectivo gravitatorio cuando el momento angular no se anula

3 El Principio Cuántico

Una de las polémicas que atraviesan la historia de la física es la de si la luz tenía un carácter corpuscular o bien ondulatorio. Newton y Huygens pueden tomarse como eminentes representantes de las dos opiniones contrapuestas.

Curiosamente, lo que se ha aprendido con la Mecánica Cuántica es que las dos opiniones tienen algo de verdad. Hoy pensamos que existe una dualidad onda-partícula no sólo para el fotón, sino también para las demás partículas elementales. Esta dualidad fue postulada por de Broglie en 1924 con una muy escasa evidencia experimental. De hecho, la longitud de onda está en relación inversa al momento lineal de la partícula; cuanto más grande sea

el momento (y, por consiguiente, la energía) de la partícula, más pequeña será la longitud de onda (y mayor, por consiguiente, la frecuencia¹²).

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (9)$$

Estas ideas fueron confirmadas experimentalmente por Clinton J. Davisson y Lester H. Germer en 1927 mediante el estudio del resultado de las colisiones de los electrones sobre un cristal. Lo que sucede es que existen ciertas direcciones preferidas, exactamente lo que cabría esperar de la interferencia constructiva de unas ondas (y que en este contexto se conoce como ley de Bragg). De esta forma se puso de manifiesto por vez primera el carácter ondulatorio de los electrones.

Otro fenómeno cuántico característico es el efecto túnel. Hemos visto que clásicamente la energía cinética es siempre (semi)definida positiva. También hemos visto que esto implica que nunca es posible el movimiento en zonas en las que el potencial es superior a la energía total (ya que para ello la energía cinética habría de ser negativa). Pues bien, los efectos cuánticos implican que hay una cierta (amplitud de) probabilidad de encontrar a la partícula en las zonas clásicamente prohibidas. De hecho, la fusión nuclear (de la que hablaremos algo más en extenso en el siguiente capítulo) sólo puede suceder gracias a este efecto, ya que hay que superar la barrera de Coulomb. Hoy en día es de rutina la utilización del *scanning tunneling microscope* para el análisis de muestras en la física del estado sólido.

Una de las revoluciones conceptuales de la física cuántica es el *Principio de indeterminación de Heisenberg*, que afirma que existe un valor mínimo para el producto de las incertidumbres en la medida de la posición y del momento. Este valor mínimo, que tiene dimensiones físicas de acción (esto es, energía multiplicada por tiempo) es exactamente la constante de Planck dividida por 2π :

$$\Delta x \Delta p \sim \hbar \quad (10)$$

¹²Recordamos al lector que la longitud de onda λ (distancia entre dos máximos sucesivos) está en relación inversa a la frecuencia ω (número de oscilaciones por segundo) $\lambda = \frac{c}{\omega}$

Uno de los físicos más originales del siglo XX, Richard Feynman, gusta de introducir la física cuántica partiendo del experimento de la doble rendija. Incidentalmente, hasta ahora éste era un experimento ideal, que sólo existía en las mentes de los físicos; pero los avances experimentales han conseguido experiencias esencialmente equivalentes a ésta. Suponemos que se bombardean electrones, que antes de ser detectados en una pantalla han de atravesar una placa metálica que sólo posee dos rendijas. Si se realiza el experimento tal cual se observa un fenómeno de interferencia, que pone de nuevo de manifiesto el carácter ondulatorio de los electrones. Si se intenta determinar por cuál de los dos agujeros ha pasado el electrón, los fenómenos de interferencia se destruyen, y se observan simplemente máximos colocados enfrente de los agujeros (como correspondería a un modelo corpuscular). Esto lo expresa Feynman con la cuestión de cuándo hay que sumar amplitudes (lo cual conduce a interferencias) o sumar probabilidades (lo cual destruye los fenómenos de interferencia).

Efectivamente, después de que Dirac reformulase las ideas de Heisenberg sobre la mecánica de matrices (que en esa época eran construcciones bastante esotéricas) y de Schrödinger sobre su famosa ecuación, quedaba claro que la mejor descripción que se podía hacer de un fenómeno físico en Mecánica Cuántica era mediante una función *compleja*, que depende de las tres variables espaciales y del tiempo, llamada la *función de onda* ¹³. Esta función representa realmente una *amplitud de probabilidad*, en el sentido de que el módulo al cuadrado de la función de onda (que es necesariamente definido positivo) representa la *probabilidad* de encontrar la partícula en un determinado intervalo de posición. El hecho físicamente evidente de que la partícula ha de estar en alguna parte (es decir, que no hay sumideros) se manifiesta en que la integral (suma) del cuadrado de la función de onda ha de ser igual a la unidad. Esto plantea la duda de Feynman: cuando se tienen dos elec-

¹³También las ondas clásicas se pueden representar de manera natural por funciones complejas. Recordemos lo que ya vimos en la Introducción: un número complejo es el producto de un número real positivo (llamado el módulo) y de una fase. Una fase es equivalente a un ángulo, y es la que contiene toda la información sobre los fenómenos de interferencia.

trones, primero se suman las amplitudes, y luego se eleva al cuadrado, o primero se eleva al cuadrado y luego se suma?

En definitiva lo que ocurre es, de nuevo, una manifestación del principio de Heisenberg: Todo intento de determinar si un electrón es realmente una poartícula o bien una onda, lo peturba de tal modo, que hace imposible la determinación.

De hecho, la naturaleza corpuscular de la radiación fue postulada por Planck en 1900 para explicar la radiación del cuerpo negro. Esta explicación seguía siendo, sin embargo, un poco misteriosa hasta que, de nuevo Enstein postuló en 1905 que la radiación está realmente compuesta por fotones con energías proporcionales a sus frecuencias (y, por consiguiente, inversamente proporcionales a sus longitudes de onda)

$$E = \hbar\omega \tag{11}$$

Los fotones poco energéticos corresponden a las mayores longitudes de onda (como las radiofrecuencias), los muy energéticos, a las más pequeñas longitudes de onda, como los rayos X o rayos γ .

El efecto fotoeléctrico, que había sido descubierto por Hertz en 1887, y que consiste en que una placa pulida de metal bombardeada con radiación electromagnética, emitía electrones pudo también ser explicado por Einstein de una forma muy sencilla utilizando el concepto de fotón.

Por otra parte, la mecánica cuántica permitió resolver un conjunto de paradojas en los modelos clásicos de los átomos y los núcleos. Efectivamente, los electrones no pueden estar orbitando de forma estable en torno a los núcleos, ya que según las leyes de Maxwell una carga acelerada necesariamente pierde energía debido a la emisión de radiación electromagnética. Ello haría que la carga se acercase cada vez más al núcleo, y su trayectoria sería una espiral con centro en dicho núcleo. Lo que predice la física cuántica es que la energía de las órbitas está cuantizada. La condición de cuantización de Bohr para el momento

angular orbital viene precisamente expresada en términos de la constante de Planck:

$$L = n\hbar \quad (12)$$

La ecuación de Schrödinger (que es una ecuación diferencial en derivadas parciales que ha de satisfacer la función de onda) permite entender de forma cuantitativa la estructura de los átomos y los núcleos atómicos.

Las rayas espectrales (correspondiendo a emisión o absorción de fotones) sólo se manifiestan para aquellas frecuencias que satisfacen que:

$$\Delta E = \hbar\omega \quad (13)$$

Pauli (1924), y, un año más tarde, Uhlenbeck y Goudsmit, se dieron cuenta de que era necesario un número cuántico adicional para describir un electrón, número cuántico que sólo podría tomar dos valores. Ello condujo al concepto de spin, o momento angular intrínseco.

$$S = \frac{1}{2}\hbar \quad (14)$$

Un principio adicional, a saber, el principio de exclusión de Pauli resultó necesario para entender la estructura de los átomos que poseen varios electrones. Pauli tuvo que postular que cada estado cuántico sólo podía acomodar dos electrones, uno con el spin hacia arriba, y el otro con el spin hacia abajo. La diferencia entre fermiones y bosones nace de estas consideraciones.

Ni que decir tiene que toda la teoría es consistente con el hecho de que los efectos cuánticos en la vida cotidiana son despreciables. El dominio cuántico es el dominio del cuanto de acción; esto es, de los fenómenos físicos cuya acción es del orden de la constante de Planck, cuyo valor, en comparación con las acciones involucradas en la mayoría de fenómenos macroscópicos, es extremadamente pequeña. Por ejemplo, en el desplazamiento durante un segundo de un peso de un kilogramo por una longitud de un metro, la acción involucrada es:

$$S \sim 1 \text{ Kg} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ seg}. \quad (15)$$

mientras que la constante de Planck es

$$\hbar \sim 10^{-34} j. seg. \quad (16)$$

4 Espacio y Tiempo: Relatividad especial

No hay éter: si desde un fotón se lanza otro fotón, la velocidad del segundo fotón es también c . Este aserto un tanto misterioso, y absolutamente contrario a la intuición cotidiana es una de las claves de la física del siglo XX. Para empezar, es un hecho experimental, que se puede verificar tanto directamente, como consecuencia del famoso experimento de Michelson-Morley, como indirectamente, a través de sus consecuencias . Pero además, como ha señalado el conocido físico ruso Lev Landau, es necesario físicamente que exista una velocidad máxima de propagación de las interacciones. Y esa velocidad ha de ser necesariamente invariante, ya que de no serlo así podría fácilmente ser superada mediante un experimento análogo al que indicábamos al principio: lanzaríamos desde un móvil que se moviese a la velocidad máxima otro móvil que también se moviese a la velocidad máxima, de forma que este segundo móvil se movería al doble de la velocidad máxima, lo cual contradice la hipótesis de que esta velocidad es realmente máxima.

En conclusión, o bien no existe en la Naturaleza una velocidad máxima de propagación de las interacciones físicas, o bien si existe, entonces esta velocidad es invariante frente al cambio de sistema inercial.

Este hecho, por otra parte, está contenido en las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones admiten soluciones de vacío (es decir, en ausencia de fuentes) no singulares, y de energía finita: son las ondas electromagnéticas que han pasado a formar parte de nuestra vida cotidiana. Pues bien, la velocidad de estas ondas, en un sentido muy preciso, es constante.

Es decir, que la velocidad de la luz en dos sistemas inerciales es la misma. Naturalmente, esto contradice frontalmente las transformaciones de Galileo que vimos en el capítulo anterior. Cómo es ello posible?

Como ocurre muchas veces en física, la posibilidad más lógica es que las transformaciones de Galileo sean sólo *aproximadas*. Es decir, que sean correctas, pero sólo en tanto

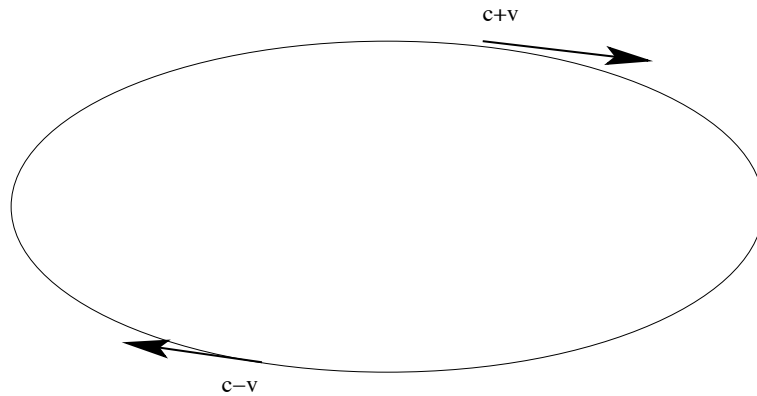


Figure 6: La idea básica del experimento de Michelson-Morley consistía en medir (mediante métodos interferométricos muy precisos) la velocidad de la luz en dos puntos separados seis meses en la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Esto quiere decir que la velocidad lineal de la Tierra con respecto al substrato (llamado por aquel entonces *éter*) era muy aproximadamente igual y de signo opuesto, digamos $\pm v$, por lo que, si la física newtoniana fuese correcta, se debería de observar para la velocidad de la luz $c \pm v$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. El experimento dio un resultado negativo, en el sentido de que no se encontró ninguna diferencia entre la velocidad de la luz en los dos puntos de la órbita terrestre en los que fue medida.

en cuanto medimos ciertas magnitudes con una precisión menor que un cierto umbral. En este caso, y como estamos arguyendo acerca de la velocidad de la luz, que tiene un valor enorme medido en unidades macroscópicas ($c \sim 300000\text{km/sec}$), lo lógico es suponer que las transformaciones de Galileo sólo son físicamente correctas si las velocidades que están involucradas en los referenciales son mucho más pequeñas que las de la luz: $v \ll c$. Pero tiene necesariamente que haber correcciones para velocidades del orden de la de la luz. Es un ejercicio relativamente sencillo el determinar cuáles son las transformaciones lineales que conservan la velocidad de la luz; y de hecho estas transformaciones fueron encontradas por Lorentz y Poincaré antes que por el propio Einstein (de ahí su nombre). Su característica principal es que mezclan el tiempo y el espacio: el tiempo ya no es universal, sino

que depende no sólo del tiempo en el primer referencial, sino también de las coordenadas del punto de que se trate, y del movimiento relativo entre los referenciales.

Pero fue indiscutiblemente Einstein quien primero osó aventurar la idea de que estas transformaciones eran realmente la generalización de las transformaciones de Galileo, y que los referenciales relacionados mediante estas *transformaciones de Lorentz* son físicamente equivalentes desde todos los puntos de vista (y no sólo en lo concerniente a la propagación de la luz).

Se puede decir que este nuevo principio de relatividad (llamado *relatividad de Einstein*), es de hecho físicamente análogo al de Galileo, en el sentido de que los sistemas inerciales están relacionados todos unos con otros mediante transformaciones con velocidad constante, *excepto* por este pequeño hecho de que la velocidad de la luz ha de ser constante. Esto es suficiente para determinar unívocamente las medidas en un sistema en función de las medidas en el otro sistema. La principal novedad , como ya hemos dicho, es que el tiempo que ha de atribuirse a un suceso no es absoluto, sino que depende del sistema de referencia. Esto tiene consecuencias inmediatas, por ejemplo sobre el concepto de simultaneidad, que pasa a ser un concepto que también depende del referencial.

Todo esto es contrario a la intuición cotidiana y por consiguiente difícil de asimilar.

Pero pensemos por un momento en la alternativa de quedarnos cómodamente instalados en la física newtoniana. Como ya hemos señalado, sii tenemos un sistema de cuerpos, y efectuamos cualquier cambio en uno de ellos, todo el sistema de fuerzas se modifica *instantáneamente*, por muy lejos que se encuentren unos de otros. ¹⁴ (Aunque ello no ocurría así en los modelos mecánicos del propio Descartes (donde esta perturbación tardaba un tiempo finito en propagarse), estos modelos no eran lógicamente consistentes.) Ello es consecuencia inevitable del concepto de tiempo absoluto, con el que muchos se encuentran muy a gusto. Parece razonable e intuitivo que ello no es así y que debe de existir una

¹⁴Aunque parezca un contrasentido, es posible construir teorías de acción a distancia que son invariantes relativistas.

velocidad finita de propagación de cada interacción. Si suponemos que no hay un número infinito de interacciones fundamentales, esto implica necesariamente que ha de existir una velocidad máxima de propagación de las interacciones, que es precisamente el punto de partida que apuntábamos más arriba.

Desde este punto de vista las transformaciones de Lorentz, que son las transformaciones lineales más generales que mantienen constante la velocidad de la luz, son similares a las rotaciones en el espacio euclídeo ordinario, sólo que actuando en un espacio de cuatro dimensiones, una de las cuales es el tiempo multiplicado por la velocidad de la luz, espacio conocido con el nombre de *espacio de Minkowski*. La contracción de Lorentz, o el retraso de los relojes, etc, son fenómenos análogos a la variación aparente de las dimensiones lineales que se produce al ver un objeto en perspectiva y girarlo.

Naturalmente, para un móvil dado, hay un sistema de referencia que está privilegiado, a saber, uno centrado en el propio móvil. El tiempo medido en un tal sistema de referencia se llama *tiempo propio*, y es siempre menor que el medido en cualquier otro sistema inercial.

Por cierto, que la definición de sistemas inerciales no ha cambiado en nada esencial con respecto a la física newtoniana. Los posibles sistemas de referencia estan clasificados en clases de equivalencia, donde todos los sistemas que pertenecen a una misma clase están relacionados unos con otros mediante transformaciones Lorentz.

La única diferencia entre la relatividad de Einstein y la relatividad de Galileo es que ahora ya no existe un tiempo absoluto, al mezclar las transformaciones de Lorentz las coordenadas espaciales con el tiempo. Esto implica la necesaria renuncia a conceptos tradicionales pero obsoletos, como el *sólido rígido*. Efectivamente, el concepto de sólido rígido es el de un objeto tal que la distancia entre dos cualesquiera de sus puntos es invariante con el tiempo. Ahora bien, la pregunta es qué tiempo? En el marco newtoniano esto no era un problema, ya que el tiempo era universal, esto es, el mismo para todos los observadores inerciales. Pero el concepto de sólido rígido es claramente incompatible con la idea de velocidad máxima de propagación de las interacciones. Así por ejemplo, si un sólido

rígido es perturbado en uno de sus extremos, la perturbación ha de llegar *instantáneamente* al otro extremo (de otro modo se tendría que deformar, y ya no sería rígido); ahora bien, eso es claramente incompatible con el principio de relatividad de Einstein.

La física relativista que acabamos de vislumbrar ha sido conceptualizada matemáticamente por el matemático polaco Hermann Minkowski de la siguiente manera: resulta conveniente introducir un espacio de cuatro dimensiones, donde además de las tres ordinarias, se introduce una cuarta como el producto de la velocidad de la luz por el tiempo. Ahora bien, los fotones se mueven a la velocidad de la luz, por lo que si un fotón parte del origen y alcanza un punto del espacio ordinario caracterizado por las coordenadas (x, y, z) , se tendrá que

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 \quad (17)$$

Cómo se verá esta misma trayectoria en otro sistema de referencia inercial? Nuestro punto de partida es que la velocidad de la luz ha de ser invariante, esto es, que

$$c^2(t')^2 - (x')^2 - (y')^2 - (z')^2 = 0 \quad (18)$$

Una de las grandes ventajas del cálculo diferencial introducido por Newton y Leibnitz es que se puede recuperar toda la información necesaria trabajando sólo con diferenciales, dx que pueden ser visualizadas como *pequeños* desplazamientos; esto es que los puntos del espacio tiempo (ct, x, y, z) y $(c(t + dt), x + dx, y + dy, z + dz)$ son dos puntos próximos, ya que sus coordenadas están próximas; y la diferencia entre las coordenadas viene dada precisamente por las diferenciales (de ahí su nombre).

Es decir, que las dos cantidades (llamadas *intervalos*),

$$ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = ds'^2 \equiv c^2(dt')^2 - (dx')^2 - (dy')^2 - (dz')^2 \quad (19)$$

son iguales cuando son nulos, y las transformaciones de Lorentz han de reflejar este hecho. En realidad, por continuidad han de ser iguales, incluso cuando no son nulos.

En este momento resulta extraordinariamente útil dibujar diagramas espaciotemporales. Lo que se suele hacer es dibujar diagramas bidimensionales, donde el eje de ordenadas

es el tiempo, y el eje de abscisas representa las tres coordenadas espaciales (x, y, z) . El diagrama sólo resulta entonces fideligno cuando el movimiento es plano; en caso contrario ha de entenderse como una ayuda pictórica, pero que como veremos, resulta extraordinariamente útil.

Otra cuestión es que, si aceptamos la relatividad especial, es decir, que la velocidad de la luz es constante, lo lógico es medir las distancias en tiempo luz y decir, que el Sol está a 8 minutos-luz, etc (es decir, que la luz tarda 8 minutos en llegar al Sol). Como conocemos el valor numérico de la velocidad de la luz en km/sec, siempre podemos reconstruir la distancia en metros, llegado el caso. Esto se suele expresar en forma pomposa diciendo que escogemos unidades tales que $c = 1$.

A partir de un punto, que escogemos como el origen, representamos la superficie de un frente de onda (que resulta geométricamente ser un cono, llamado genéricamente *el cono de luz*)

$$t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 \quad (20)$$

(recordemos que $c = 1$). En nuestro diagrama bidimensional esto colapsa a las bisectrices de los cuatro cuadrantes. Nos hemos fijado, además en la componente que corresponde al semiplano superior ($t > 0$). Si ahora recordamos que la luz siempre viaja sobre el cono (porque su velocidad siempre es la misma), y que las partículas masivas siempre tienen velocidad menor que la de la luz, vemos que a partir del origen, sólo se puede alcanzar mediante señales ópticas o materiales todos los puntos que están en el interior del cono, incluyendo el cono mismo; es lo que constituye el *futuro* del origen. Los puntos que están en el exterior del cono son puntos con los que el origen no se puede comunicar de forma causal.

Podemos ahora practicar los conceptos que acabamos de adquirir verificando el siguiente aserto: *Si existe la posibilidad de viajar a velocidad mayor que la de la luz, entonces también existe la posibilidad de viajar hacia el pasado.* La razón es clara: el punto T en la figura esté fuera del cono de luz del origen; (ya que hemos supuesto que $x(T) = \beta t(T)$, con

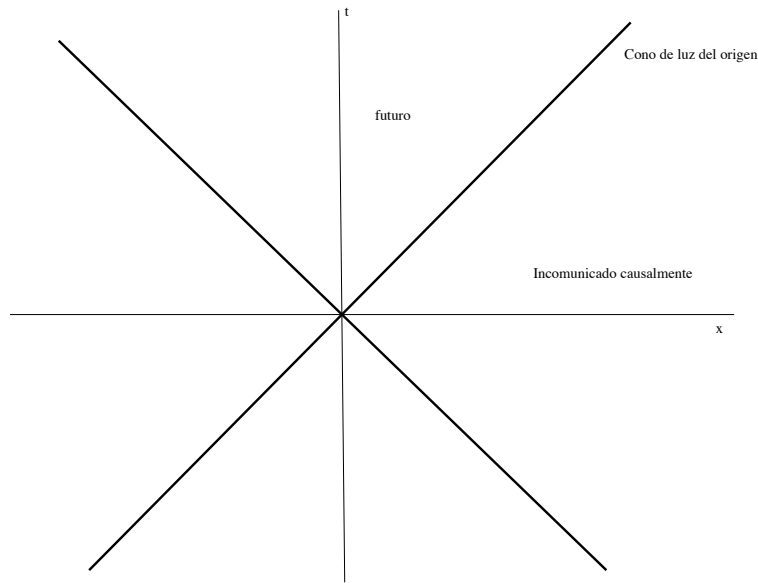


Figure 7: El cono de luz del origen del espacio de Minkowski.

$\beta > 1$); esto quiere decir, naturalmente, que T no está en el futuro de O ; la *ordenación temporal* entre estos dos puntos es, pues, relativa, y existe un sistema de referencia en el que $t'(T) < 0$; en ese sistema de referencia, se ha realizado un viaje hacia el pasado.

Aunque son uno de los temas favoritos de los escritores de ciencia-ficción, resulta difícil concebir viajes hacia el pasado libres de contradicciones. Hay todo tipo de paradojas que uno puede imaginar, más o menos sangrientas, como la de que al hacer un viaje hacia el pasado uno puede asesinar a su abuelo, y con ello impedir que él mismo nazca más adelante, etc.

Quizás este es el momento apropiado para efectuar una pequeña digresión sobre el significado lógico de las leyes físicas.

La física clásica busca leyes predictivas. Esto quiere decir que la máxima aspiración de una ley física clásica es poder predecir el comportamiento posterior de un sistema, a partir de ciertos datos iniciales. Esto se formula matemáticamente en términos de lo que se conoce con el nombre de *ecuaciones diferenciales*, que dan información sobre derivadas de

las funciones a determinar. Cuando todo sucede como hemos dicho, se dice que *el problema de Cauchy*, o problema de condiciones iniciales, está bien planteado. El paradigma de esto son las leyes de Newton: dadas posiciones y velocidades iniciales en todas las partículas que lo componen, y suponiendo que su única interacción es gravitatoria, las posiciones y velocidades de todas las partículas del sistema están determinadas en todo tiempo posterior. Y es así (de forma esquemática) como realmente se realizan los experimentos.

Ahora bien las leyes físicas clásicas tienen una curiosa propiedad, y es que si se cambia el signo del tiempo, las leyes no cambian, son invariantes frente a lo que se conoce técnicamente como *inversión temporal*.¹⁵ Esto quiere decir que si definimos las leyes físicas como simplemente las ecuaciones, son realmente las *condiciones de contorno*, externas a las ecuaciones, las que fijan el contenido de la causalidad. La física relativista modifica esto, pero no de forma esencial: como hemos visto, el cono de luz tiene dos hojas: una hacia el futuro, y otra hacia el pasado. La invariancia relativista obliga a que los fotones responsables de la interacción electromagnética viajen sobre el cono, pero no necesariamente hacia el futuro; de acuerdo con las ecuaciones, podrían hacerlo perfectamente bien hacia el pasado. Simplemente, se decreta que las únicas soluciones físicas de las ecuaciones de Maxwell son aquellas que preservan causalidad (lo que se implementa técnicamente en la elección de propagadores *retardados*). La mecánica cuántica no modifica esta situación de manera esencial.

El punto de vista de Minkowski es pues el siguiente: la física newtoniana se formula realmente también en un espacio de cuatro dimensiones, pero de las que una (el tiempo) no se mezcla nunca con las otras al cambiar de referencial inercial. El espacio euclídeo ordinario posee una noción de distancia

$$ds^2 \equiv (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 \quad (21)$$

y las transformaciones euclídeas, esto es, rotaciones y traslaciones, que recordemos que

¹⁵Esto sigue siendo cierto en física cuántica con la única excepción de las *interacciones débiles*

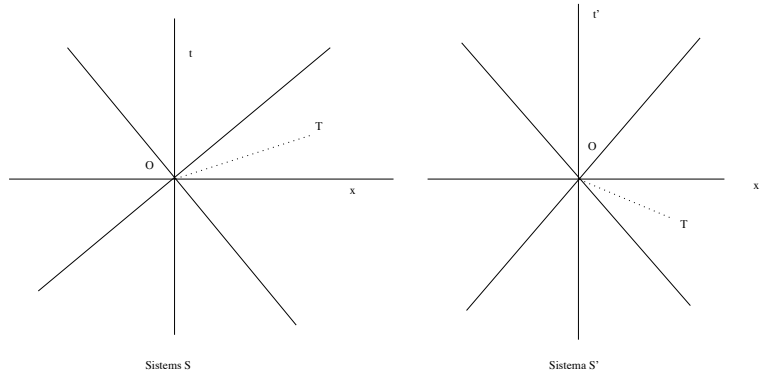


Figure 8: Una trayectoria taquiónica se ve desde otro sistema de referencia inercial como un viaje hacia el pasado.

también forman parte de las transformaciones inerciales de Galileo, dejan invariante esa distancia; son lo que los matemáticos llaman *isometrías* (del griego isos, igual).

Pues bien, de forma análoga, las transformaciones de Lorentz son matemáticamente las *isometrías* del intervalo de Minkowski (19). Es decir, que en este sentido, son muy análogas a las rotaciones ordinarias.

Por lo demás, otra de las modificaciones esenciales de la relatividad especial radica en el concepto de inercia. Recordemos que el *momento lineal* (el producto de la masa por la velocidad) es una cantidad conservada absolutamente en la física newtoniana. En la física relativista existe una cantidad análoga, también conservada de forma absoluta; pero con una diferencia esencial: el factor de proporcionalidad entre el momento y la velocidad no es constante, como era el caso en la física newtoniana, en la que ese factor era simplemente la masa inerte, sino que adquiere una dependencia con la velocidad, de forma que ese factor se reduce a la masa para pequeñas velocidades, pero crece sin límite cuando la velocidad se acerca a la de la luz:

$$\vec{p} \equiv m\gamma\vec{v} \quad (22)$$

donde el factor multiplicativo se reduce a la unidad para pequeñas velocidades, es decir,

$$\lim_{v \rightarrow 0} \gamma = 1 \quad (23)$$

en tanto que diverge cuando la velocidad se aproxima a la velocidad de la luz en el vacío.

$$\lim_{v \rightarrow c} \gamma = \infty \quad (24)$$

Algunos autores, como el famoso físico americano Richard Feynman expresan este hecho como que la masa pasa a depender de la velocidad; y esto es exactamente lo que sucede si interpretamos la masa como el cociente entre el momento y la velocidad ordinaria. Para no introducir diferentes tipos de masa, que podrían inducir a confusión, nosotros vamos a reservar el nombre de masa exclusivamente para la cantidad independiente la velocidad, y escribiremos siempre explícitamente el factor γ .

En el caso newtoniano existe una relación muy sencilla entre el momento lineal y la energía de una partícula libre. La energía es un medio de la masa por el cuadrado de la velocidad, y esto es *exactamente* lo mismo que decir : un medio del cuadrado del momento dividido por la masa. En particular, cuando el momento se anula, la energía también lo hace.

En el caso relativista hay dos modificaciones importantes: en primer lugar, cuando las velocidades son pequeñas en relación con la de la luz, sucede que la energía no se anula cuando se anula el momento, sino que queda un *resto*, que corresponde a la energía a momento nulo:

$$E(\vec{p} = \vec{0}) = mc^2 \quad (25)$$

Ya veremos qué significa físicamente este término.

En segundo lugar, para velocidades próximas a la de la luz, la energía es *lineal* con el momento; y es aproximadamente igual al módulo del momento multiplicado por la velocidad de la luz. Esto tiene una consecuencia física inmediata: *ningún móvil puede alcanzar la velocidad de la luz a partir del reposo*. Efectivamente cuando se va aumentando la velocidad,

el factor cinemático γ aumenta consiguientemente, y cuando la velocidad se encuentra muy próxima a la de la luz, este factor se hace prácticamente infinito; en el límite, es como si quisiéramos mover un móvil de masa infinita; la energía que se necesitaría para ello sería también infinita.

Por cierto que quiere decir pequeño con relación a la velocidad de la luz? La cantidad importantemente es el cociente v/c entre la velocidad de la partícula y la de la luz en el vacío. Esta velocidad es, aproximadamente cien mil veces mayor que la velocidad del sonido en el aire, $c \sim 10^5 v_s$. Teniendo en cuenta que los aviones comerciales suelen viajar ligeramente por debajo de la velocidad del sonido, el parámetro que mide las correcciones relativistas para velocidades del orden de la de los aviones comerciales es

$$\epsilon \sim 10^{-5} \quad (26)$$

Esto quiere decir que las correcciones relativistas van a ser muy pequeñas en este caso. Incluso para los cohetes interplanetarios, estas correcciones son pequeñas. Es necesario ir al mundo de lo muy pequeño; esto es, las partículas subatómicas, o bien al mundo de lo muy grande, como los objetos cosmológicos, para encontrar velocidades tales que estas correcciones son importantes.

Naturalmente, esto no quiere decir que no existan en la naturaleza partículas que se muevan con la velocidad de la luz (como los fotones y los hipotéticos gravitones); lo que decimos es que esas partículas *siempre* se mueven a la velocidad de la luz; no pueden pararse y luego volver a alcanzar la velocidad de la luz. Lógicamente, para estudiar estas partículas, no es que las correcciones relativistas sean importantes; es que no tiene sentido su estudio si no es en el marco de la relatividad especial. No es posible tratar un fotón en la aproximación newtoniana, y esto es la razón de que toda la relatividad especial estuviera implícita en las ecuaciones de Maxwell.

Debido a la relatividad especial, los objetos físicos se dividen en dos grandes clases: aquellos que poseen masa inerte, que *nunca* podrán alcanzar la velocidad de la luz; y

los que no poseen masa inerte (decimos que tienen masa nula), que nunca pueden estar en reposo; de hecho, como hemos señalado más arriba, nunca pueden estar a velocidad diferente de la de la luz. (Precisamente, debido al hecho de que la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas inerciales, todos los observadores en todos los sistemas inerciales están de acuerdo en qué partículas son las que se mueven con la velocidad de la luz y cuáles lo hacen más despacio aunque, naturalmente, el valor concreto de la velocidad de las partículas masivas dependerá del sistema de referencia, pero no la división general de la que hablábamos más arriba.

Como todas las prohibiciones, esta también es aborrecida, en particular por los escritores de ciencia ficción, desanimados por el hecho de que la estrella más cercana esté a más de tres años luz de nosotros lo que obliga naturalmente a que cualquier viaje intergaláctico, incluso con tecnología ilimitada, si la relatividad especial es correcta, tiene que durar muchas generaciones.

La relatividad especial está hoy en día verificada con extraordinaria precisión; los electrones que circulaban en los anillos del acelerador LEP (abreviatura de *large electron positron collider*) en el CERN, en Ginebra, poseían factores $\gamma \sim 10^5$ y más, y no se ha encontrado ninguna desviación respecto de la cinemática relativista con la precisión alcanzada (que es la más grande a la que hasta ahora se ha llegado en experimento alguno).

Desde el punto de vista de la ciencia actual, la única (remota) posibilidad de cortocircuitar esta limitación sería si el espacio-tiempo fuese lo suficientemente curvado como para tener un *asa* que permitiera llegar de un punto a otro más rápidamente que por la trayectoria convencional (esto es lo que habitualmente se llama *agujero de gusano*). Esta idea ha sido utilizada, por ejemplo, por el físico americano Carl Sagan en su novela *Contact*. Aunque su existencia no está completamente excluída, es poco probable. Diremos algo más sobre esta posibilidad en el capítulo sobre agujeros negros. Por otra parte, en los libros de Thorne y de Gott se puede encontrar más información sobre este tema.

Otro punto esencial es que la masa (por ejemplo, de una partícula elemental) no se

conserva, en general, en las interacciones; lo único que se conserva es su energía total, que, como hemos visto, en reposo tiene una contribución igual a la masa inerte, multiplicada por el cuadrado de la velocidad de la luz.

$$E_0 = m_i c^2. \quad (27)$$

Esto es lo que hace posible que existan reacciones en los aceleradores de partículas en las que, por ejemplo, un electrón y un positrón se aniquilen, dando un muón y un anti muón (que tienen masa en reposo 200 veces superiores a las de los electrones).

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^- \quad (28)$$

La única condición para que ello sea posible es que los electrones vayan lo suficientemente rápido como para que

$$E_{e^+} + E_{e^-} = 2m_{(\mu)} c^2 \quad (29)$$

Como veremos en su momento, esto contradice los postulados de la Mecánica Cuántica no relativista y obliga a introducir un lenguaje nuevo, donde precisamente tengan cabida estas transiciones en las que cambia el tipo de partícula de que se habla: la Teoría Cuántica de Campos.

Incidentalmente, ésta es también la razón última de la llamada energía nuclear. Existen dos tipos: *fisión*, en la que un núcleo, típicamente de la zona del Uranio se fisiona. esto es, se rompe en dos trozos, de tal forma que, por ejemplo,

$$m_{U^{235}} c^2 > m_{Ba^{144}} c^2 + m_{Kr^{89}} c^2 \quad (30)$$

y el exceso de masa se manifiesta en forma de fotones duros (muy energéticos); básicamente rayos γ . Esta energía es la que se utiliza, en forma controlada, en las centrales nucleares, y desgraciadamente, también es la que se ha utilizado, en forma explosiva (una vez que se ha alcanzado una cierta cantidad de masa, llamada *masa crítica*, la reacción ya no se puede parar y ocurre de forma exponencial) en las bombas llamadas atómicas lanzadas sobre Hiroshima y Nagasaki.

Pero también hay una zona de la tabla periódica en la que, curiosamente, es energéticamente favorable el proceso inverso, llamado de *fusión*, en el que dos núcleos, por ejemplo de dos isótopos¹⁶ del Hidrógeno, como el Deuterio y el Tritio, se fusionan, es decir, se unen, en uno de Helio, de tal forma que

$$m_D c^2 + m_T c^2 > m_{He} c^2 + m_n c^2 \quad (31)$$

de forma que la energía cinética de los neutrones ($\sim 14 MeV$ ¹⁷ en promedio por cada uno) es utilizable. Para que la fusión sea posible (se *encienda*), es necesario que la temperatura sea extremadamente elevada (debido a la repulsión electromagnética); en la *bomba H* lo que se hace es utilizar una bomba nuclear de fisión para encender la fusión nuclear de forma explosiva. A pesar de enormes esfuerzos de investigación, el correspondiente fenómeno controlado, todavía no se ha conseguido. Si alguna vez llega el momento en que esto suceda, y el precio a pagar en contaminación ambiental es soportable, la humanidad tendrá a su disposición por primera vez una fuente de energía prácticamente inagotable, y además con combustible barato.

Podría pensarse que, dada la similitud entre gravitación y electromagnetismo a la que hacíamos referencia más arriba, y dado que, como hemos insistido repetidas veces, la relatividad especial está en cierto modo contenida en las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell, debería de ser una tarea sencilla adaptar la gravitación universal de Newton a las leyes de la relatividad especial. El propio Einstein lo pensó así durante un período, hasta que se dio cuenta de que el problema era prácticamente insoluble, lo que le llevó después de una reflexión que duró años, a postular la *relatividad general*.

Es extremadamente instructivo el discutir cuáles son las dificultades.

Para empezar, y como acabamos de ver, la fuente de la gravitación no puede ser la masa,

¹⁶Es decir, que tienen el mismo *número atómico*, que corresponde al número de protones, necesariamente igual al de electrones para el átomo no ionizado, pero distinto *peso atómico*, es decir, diferente número de neutrones

¹⁷1 MeV=10⁶ eV

sino que ha de ser la energía . Toda fuente de energía gravita; en particular los fotones, que transportan energía. Pero además, la teoría de Maxwell nos enseña que las fuentes son realmente *densidades*¹⁸: la fuente del electromagnetismo es la *densidad de carga*; por consiguiente, la fuente de la gravitación ha de ser la densidad de energía.

Ahora bien, el campo asociado a la gravitación no puede ser idéntico al asociado al electromagnetismo, por la sencilla razón de que no existen cargas negativas en gravitación. Es decir, no es posible que existan dos tipos de fotones, uno electromagnético y el otro gravitoso. La posibilidad más sencilla es una especie de *bifotón*, donde en cierto sentido todo sucede como si las cargas se multiplicasen, de forma que el efecto neto siempre es atractivo. De hecho la idea de que la gravitación podría ser debida a una especie de estado ligado entre dos fotones es muy atractiva, pero el hecho de que la gravitación sea una interacción de largo alcance hace que ese estado ligado tenga que tener masa nula¹⁹ , y nadie ha conseguido demostrar que eso sea posible. Parece, pues, necesario introducir un nuevo campo para este *bifotón*, que, en el presente contexto, se suele denotar como *gravitón*.

Tenemos, pues, el siguiente modelo para una teoría relativista de la gravitación: un gravitón con la densidad de energía de la materia como fuente (es éste un modelo propuesto

¹⁸Es decir, que lo que importa no es tanto el valor total de la carga en un volumen dado, como su distribución punto a punto en el volumen. Por ejemplo, los *dipolos eléctricos* son distribuciones de carga nula, pero donde las cargas positivas tienden a acumularse en una zona, y las cargas negativas en otra. Esta distribución produce un campo electromagnético calculable, a pesar de que la carga total se anule

¹⁹Como ya hemos tenido ocasión de señalar, el físico japonés Hideki Yukawa propuso la teoría , verificada desde entonces en incontables ocasiones, de que las interacciones son mediadas por partículas (y de hecho él propuso que los piones son los intermediarios de la interacción nuclear, lo cual es una muy buena aproximación a baja energía). El potencial aproximado que produce una partícula intermediaria de masa m (y que se conoce con el nombre de *potencial de Yukawa*) es

$$V(r) = \frac{e^{-mr}}{r} \quad (32)$$

Claramente para tener largo alcance (esto es, $V \sim 1/r$) es necesario que la partícula intermediaria tenga masa nula.

por primera vez por Fierz y Pauli). El problema es que, para que la energía esté conservada, es claro que hay que incluir también la energía del propio campo gravitatorio, y eso es algo que sólo podemos calcular después de conocer el campo. O sea, que para conocer la fuente del campo hay que conocer antes el propio campo!²⁰ Aunque hay algunos cabos sueltos, la única manera en la que se termina en una teoría consistente partiendo de estos puntos de vista es con la Relatividad General que, como veremos, no es realmente una teoría invariante relativista.

De hecho, para llegar a la relatividad general, existen dos puntos de vista; el que acabamos de exponer sucintamente, debido a Feynman, entre otros, y el que será el objeto del siguiente capítulo, debido en su práctica totalidad a Einstein, en uno de los más brillantes trabajos de física teórica del siglo pasado.

²⁰Situaciones parecidas habían aparecido ya en física en el estudio del problema de un electrón moviéndose bajo la influencia de su propio campo electromagnético, que se describe fenomenológicamente mediante la ecuación de Lorentz-Dirac.

al

5 Las interacciones fundamentales del mundo físico

A un nivel fundamental, sólo existen en la Naturaleza cuatro interacciones realmente diferentes. Esto quiere decir que todos los demás fenómenos físicos en toda su inmensa diversidad son *reducibles*, al menos en principio, a los efectos de una o varias de estas interacciones.

Las dos interacciones fundamentales que se manifiestan clásicamente (esto es, en el mundo macroscópico), son la *electromagnética*, y la *gravitatoria*. Por otra parte, la interacción que mantiene la cohesión de los nucleones en el interior de los núcleos (a pesar de la repulsión coulombiana) es otra interacción fundamental, que se llama *fuerte*. Finalmente, la *interacción débil* es la responsable de la desintegración β de los núcleos atómicos:

$${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}X + e^- + \bar{\nu} \quad (33)$$

En esta notación, X representa el nombre del núcleo del que estamos hablando. El símbolo A representa la masa (aproximadamente igual a la suma del número de protones y neutrones, veces la masa del neutrón, ya que la masa del protón y del neutrón es muy parecida, y la del electrón es unas 2000 veces más pequeña). En este proceso la masa no varía, en tanto que el número atómico (número de protones en el núcleo) aumenta en una unidad.

Por cierto que el neutrino fue postulado por Pauli en 1930 sobre la base de un defecto de energía en los resultados experimentales sobre desintegración β . Otros físicos, como el propio Bohr estaban dispuestos a postular una violación del principio de conservación de la energía para explicar esos datos; pero Pauli prefería conservar el principio, y postular una partícula nueva tal que interaccionase muy débilmente con la materia. La historia ha comprobado que tenía razón; de hecho el neutrino puede atravesar años luz de materia ordinaria sin una sola interacción con ella. A nivel microscópico lo que ha ocurrido es que

un protón se ha convertido en un neutrón

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad (34)$$

(Para ser precisos, a nivel fundamental lo que sucede es que un quark *up* se convierte en un quark *down*:

$$u \rightarrow d + e^- + \bar{\nu} \quad (35)$$

La interacción electromagnética presenta aspectos cuánticos. De hecho las partículas cargadas son las más fáciles de acelerar y de detectar. Los *cuantos* de la interacción electromagnética son los *fotones*. Un proceso típico es el de aniquilación de un electrón con un positrón dando fotones.

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \quad (36)$$

En este proceso se ejemplifican una vez más las diferencias entre la mecánica cuántica relativista y la no relativista. En esta última, cuando se tenía un electrón, la función de onda estaba normalizada a todo el espacio, y el electrón no podía desaparecer; no hay sumideros de probabilidad. Los efectos relativistas nos fuerzan, sin embargo, a admitir que la identidad de las partículas puede cambiar, obedeciendo siempre al principio general de conservación de la energía y de ciertos números cuánticos. Precisamente el estudio paciente y cuidadoso de esos números es una de las claves principales con la que los físicos han contado para desentrañar la naturaleza de las interacciones entre las partículas elementales. Todo ello hace que la física cuántica relativista no se llame mecánica cuántica, sino *teoría cuántica de campos*.

Los campos electromagnéticos clásicos son, en este lenguaje, conjuntos con un número de ocupación macroscópico. El hecho de que el campo sea de largo alcance se explica debido a que el fotón es una partícula de masa nula.

La Teoría Cuántica de Campos tiene otra peculiaridad interesante, a saber, que presenta un *apantallamiento infinito*. El concepto de apantallamiento es, en principio, bien conocido, e independiente de la física cuántica. Si colocamos una nueva carga, digamos positiva, en

un medio material eléctricamente neutro, pero a base de que existen el mismo número de electrones que de iones positivos (como en un sólido ordinario), entonces, debido a la fuerza de Coulomb, la carga positiva tiende a rodearse de cargas negativas. Esta nubecilla de cargas negativas (que es tanto más importante cuanto mayor es la carga de prueba que hemos colocado, y también cuanto mayor sea la movilidad de, en este caso, los electrones) hace que, vista desde una cierta distancia, la *carga efectiva* sea más pequeña de lo que sería si no estuviese colocada en el medio material. El campo eléctrico efectivo en el medio ha pasado a ser de corto alcance.

Pues bien, lo que ocurre con nuestros campos cuánticos es que una carga, inicialmente infinita, sufre un apantallamiento debido a las interacciones cuánticas que es también infinito de forma que la carga efectiva sea precisamente la carga del electrón observada experimentalmente. Este efecto de cancelación de dos cantidades infinitas dejando un residuo finito da pavor a los matemáticos, que insisten (correctamente) en que es arbitrario. Esta arbitrariedad resulta ser, sin embargo, convenientemente estudiada, una poderosa herramienta en el análisis de la teoría.

Este fenómeno se conoce con el nombre de *renormalización*, y es extremadamente delicado. Muy pocas interacciones, de entre las que uno podría imaginar, son susceptibles de ser renormalizadas de forma consistente. Naturalmente, éstas son nuestras candidatas para teorías capaces de describir el mundo físico.

Por otra parte, recordemos que las partículas elementales se pueden dividir en *fermiones* (spin semientero) y *bosones* (spin entero). Entre los fermiones se encuentran los *quarks*, cuyos estados ligados constituyen los nucleones (protones y neutrones), y los neutrinos. Entre los bosones se encuentran el fotón (el cuanto de la interacción electromagnética), los ocho gluones (los cuantos de la interacción fuerte) y los bosones intermediarios $W^\pm$ y Z^0 (que son los cuantos de la interacción débil). Pues bien, sólo los bosones pueden tener límite clásico, debido a que presentan tendencias que favorecen la presencia de muchos bosones en el mismo estado cuántico. Para que el campo tenga, además un alcance macroscópico,

es necesario que esos bosones tengan masa nula. Ésta es la gran diferencia entre las interacciones electromagnéticas y las débiles, por lo demás bastante parecidas. Por lo demás, los cuantos de las interacciones fuertes aunque en cierto sentido también tienen masa nula, están confinados en el interior de los nucleones, por una fuerza que crece con la separación entre ellos (como la de un muelle).

Pues bien, de esas cuatro interacciones, todas menos la gravitatoria se pueden entender como campos gauge; esto es, como las conexiones necesarias para que las fases de los fermiones se puedan escoger de forma arbitraria en cada punto del espacio-tiempo.

De hecho, si pensamos en la superficie de una esfera, entonces el vector tangente a un círculo máximo se puede transportar de un punto a otro de dos maneras: de tal forma que siga siendo tangente al círculo máximo; o de forma que sea siempre paralelo a sí mismo en el espacio euclídeo ordinario. El primer transporte es el que es intrínseco para los habitantes bidimensionales; la diferencia entre uno y otro transporte es proporcional al arco recorrido; y de hecho se puede caracterizar completamente la geometría intrínseca mediante estas *holonomías*. Desde el punto de vista del espacio euclídeo el transporte sobre la esfera sólo es posible gracias a la existencia de una estructura adicional (llamada *conexión* por los matemáticos). Esto es exactamente el análogo de los campos gauge, y también de la gravitación en un cierto sentido.

Si la interacción gravitatoria fuese en todo análoga a las demás, también poseería un cuanto, al que se le ha dado un nombre, el *gravitón*, y habría de tener spin igual a dos.

Pero los modelos más sencillos para explotar esta analogía no funcionan, (las teorías no son renormalizables; no hay manera de definir las cargas de forma consistente) y no está claro por consiguiente que ello sea así. Es muy posible que para llegar a un consenso entre la gravitación y la Mecánica Cuántica hagan falta ideas radicalmente nuevas.

Pero empecemos por el principio. Cuál es la relación entre la fuerza de la gravitación y la relatividad especial? Porque ya hemos visto que las ideas más sencillas al respecto no funcionaban.

6 La gravedad como la curvatura del espacio-tiempo

Realmente hemos sido ligeramente superficiales en nuestra discusión de la fuerza gravitatoria. Las cargas gravitatorias, que podemos llamar masas gravitatorias, m_g , no tienen, en principio, ninguna relación con la masa inerte, m_i , que es la que aparece en la segunda ley de Newton. De forma que realmente tendríamos que escribir para el movimiento de una partícula de masa m_i en el campo gravitatorio creado por una fuente con masa gravitatoria M_g

$$m_i \ddot{\vec{r}} = -G \frac{m_g M_g}{r^3} \vec{r} \quad (37)$$

Precisamente del hecho de que, experimentalmente, $m_i = m_g$, se deriva el carácter *universal* del campo gravitatorio, ya que es entonces cuando la aceleración sólo depende de las características de la fuente, y afecta de la misma manera a todos los objetos. Ese hecho (desvelado por Galileo, y confirmado con precisión en numerosos experimentos posteriores, en particular con los realizados por Cavendish en Cambridge y Eötvös en Budapest) constituye el llamado *principio de equivalencia*, ya que implica que, al menos en un punto dado, no es posible distinguir entre los efectos de un campo gravitatorio y los efectos de una aceleración constante.²¹

Esto sugiere fuertemente que para describir la gravitación, hay que salirse del marco del conjunto de los sistemas inerciales de la relatividad especial. En los sistemas en caída libre, el los que, según el principio de equivalencia, es como si no actuase un campo gravitatorio, Einstein postuló que *todas* las leyes de la relatividad especial iban a seguir siendo válidas. Ahora bien, esto recuerda mucho al sistema que usan los cartógrafos para representar la superficie terrestre en los mapas mediante proyecciones planas: un mapa, que es una superficie bidimensional plana representa con total exactitud a la superficie esférica de la

²¹Por eso han tenido tanta repercusión recientes experimentos donde reclamaban evidencia de una *quinta fuerza*, que no era más que un eufemismo para decir que encontraban violaciones del principio de equivalencia, es decir, que la aceleración de diferentes muestras en presencia de un campo gravitatorio, dependía de la composición de las muestras.

Tierra a lo más en un punto (a saber, el punto de tangencia, o de proyección), pero esa representación va siendo cada vez menos perfecta a medida que nos alejamos de ese punto. Matemáticamente lo que ocurre es que el plano tangente a la esfera (el *mapa*) es el análogo del sistema en caída libre, del sistema de referencia en el que no se nota localmente la presencia de la gravitación. Descibir la gravitación implica, pues, ser capaz de describir globalmente la *esfera terrestre*, en la analogía que venimos utilizando.

Esta línea de razonamiento llevó a Einstein, no sin algunos rodeos, a postular que el *espacio-tiempo* era un espacio de cuatro dimensiones, pero *curvo* (en el mismo sentido en que una esfera es curva). La primera modificación que esto acarrea es que el intervalo no es independiente del punto alrededor del cual se calcule; esto es, que ya no viene dado por (19), sino que de forma simbólica,

$$ds^2 = g(t, x, y, z)(cdt)^2 + \dots \quad (38)$$

(en el espacio de Minkowski $g = 1$; pero ahora claramente el valor de ds^2 depende de las coordenadas (t, x, y, z)).

La principal característica de un espacio curvo es, precisamente, su curvatura. Y ésta es una característica que se puede definir de forma invariante, válida en todos los posibles sistemas de referencia. Las ecuaciones que Einstein escribió para el campo gravitatorio se pueden resumir, de una forma un tanto simbólica ²² como

$$R(\text{curvatura}) = T(\text{energía}) \quad (39)$$

Y cómo se moverá una partícula de masa m en un tal campo gravitatorio? La respuesta es muy simple. Una vez que hemos representado el campo gravitatorio como un espacio curvo, la partícula que está sometida únicamente a la fuerza de la gravitación está todo lo libre que se puede estar en ese espacio curvo. Ahora bien, los matemáticos tienen una caracterización

²²Según Mach, en ausencia de gravitación el campo gravitatorio debería de anularse. Esto no es del todo cierto en estas ecuaciones, y esto es algo que preocupaba a Einstein.

para las trayectorias que, en un sentido muy preciso, corresponden a *partículas libres* en ese espacio: son lo que ellos llaman *geodésicas*. Las geodésicas son las trayectorias que hacen máximo o mínimo el intervalo. Por ejemplo, las geodésicas del espacio ordinario son las líneas rectas. Las geodésicas del espacio de Minkowski son también líneas rectas, aunque en este caso el intervalo (medido, naturalmente, con la métrica de Minkowski) es un máximo. Las geodésicas de una esfera son los círculos máximos, etc. Nos vemos inducidos entonces a postular que las trayectorias de una partícula en un campo gravitatorio externo son las geodésicas de ese espacio.

Naturalmente esta nueva extensión de conocimiento que representa la Relatividad General ha de contener como caso límite la física newtoniana, en el régimen físico en el que sabemos que ésta es válida; esto es, para bajas velocidades, y para campos gravitatorios débiles.

Ya hemos visto intuitivamente lo que eran pequeñas velocidades (comparadas con la velocidad de la luz). Qué quiere decir campos débiles? Esta es una pregunta más difícil de contestar. Es bastante obvio, sin embargo, que un campo no será en modo alguno débil cuando la energía potencial (newtoniana) asociada, esto es, $\frac{GMm}{r}$ (donde M es la masa de la fuente y m la masa que usamos como prueba) sea del mismo orden que la energía relativista total asociada a la fuente, a saber mc^2

Pues bien, si se considera la ecuación de las geodésicas y se desarrolla para bajas velocidades, se encuentra la ecuación de la gravitación universal de Newton con la identificación

$$g \sim 1 + 2\frac{V(r)}{c^2} \quad (40)$$

La diferencia entre las ecuaciones relativistas y las de Newton son de dos tipos: por un lado hay correcciones dependientes del cociente de la velocidad con la velocidad de la luz; por otra, existen términos no lineales en la constante de la gravitación universal, G .

Por otra parte, y como ya hemos señalado, simplemente del hecho de que toda forma de energía gravita, se sacan dos consecuencias cualitativas inmediatas: la curvatura de

los rayos de luz al pasar cerca de una fuente gravitatoria intensa (tal como el Sol), y el corrimiento hacia el rojo gravitatorio: los fotones que salen de un campo gravitatorio han de vencer la energía gravitatoria, por lo que su energía será menor; ahora bien, la energía de los fotones es

$$E_\gamma = \hbar\omega \equiv \frac{ch}{\lambda} \quad (41)$$

de forma que cuanto mayor es la longitud de onda (que crece en el visible desde el rojo, donde es máxima, hasta el violeta, donde es mínima) menor es la energía del fotón correspondiente. De hecho, para los fotones

$$E \sim \frac{\hbar\omega_\infty}{g} \sim (1 - 2\frac{V}{c^2})\hbar\omega_\infty \quad (42)$$

Recordemos que el potencial gravitatorio era siempre negativo; esto quiere decir que la energía de un fotón en un campo gravitatorio disminuye con la distancia; pierde energía al escapar del centro de atracción.

Ahora el *principio de relatividad* ha sido abandonado por un *principio de covariancia*. Ya no existe, como era el caso tanto en la mecánica galileana como en la relatividad especial, una familia de sistemas privilegiados relacionados unos con otros mediante transformaciones muy concretas de coordenadas (bien de Galileo o de Lorentz, según los casos), sino que *en cada punto del espacio tiempo* existe un sistema en caída libre en el cual se anula la gravitación. Este sistema en caída libre no está definido de manera única, sino que todos los que están relacionados con él mediante transformaciones de Lorentz son igualmente admisibles. Por esto a estos sistemas en caída libre se les llama también a veces sistemas localmente lorentzianos.

En este sentido el nombre de relatividad general es especialmente desafortunado, ya que no existe ahora precisamente ningún principio de relatividad en la teoría.

Precisamente por ello no existen en general cantidades conservadas en un sentido global, sino que sólo se conservan las *densidades*. Así por ejemplo, se puede calcular la variación de la densidad de energía no gravitatoria a lo largo de cualquier *tiempo*, y se puede identificar

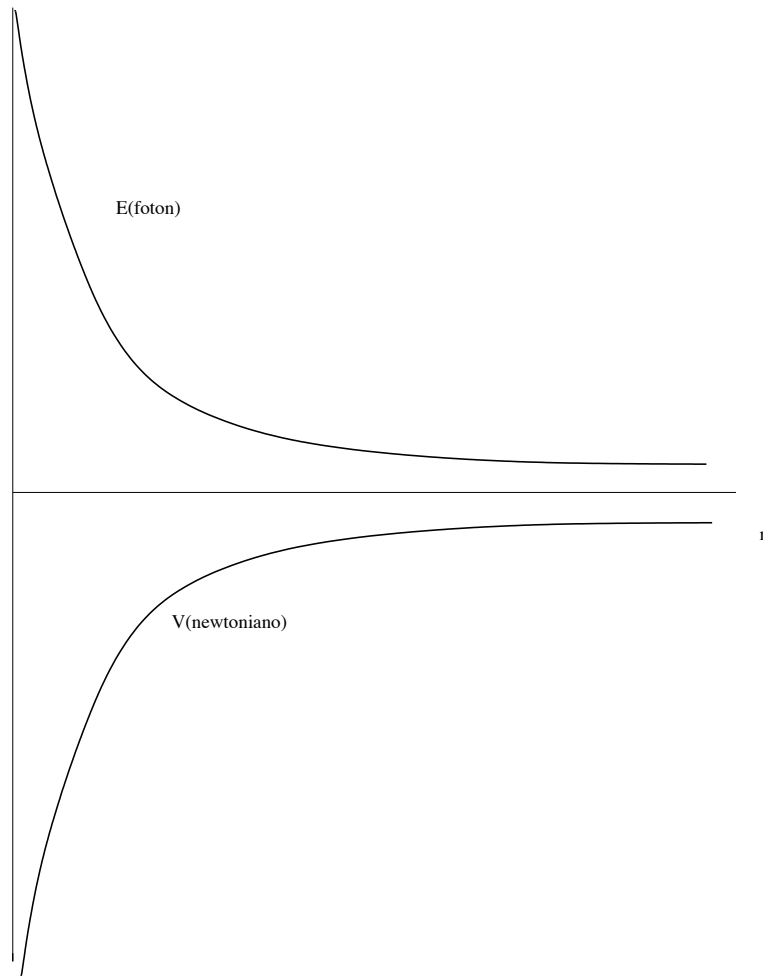


Figure 9: Corrimiento al rojo gravitatorio

de forma precisa la contribución gravitatoria a esta variación. Pero no hay ningún sentido útil en el que la suma total de estas densidades a todo el espacio proporcione un concepto global de energía, ni para la gravitación, ni para el resto de la materia.

Una excepción la constituye el caso en el que las fuentes son compactas, de forma que el campo gravitatorio de anula en el infinito y, correspondientemente el espacio es plano asintóticamente: es decir, que en el infinito, muy lejos de las fuentes, la relatividad especial es exactamente válida, y por consiguiente la energía *medida desde allí* también ha de conservarse.

Además de predecir desviaciones de *detalle* con respecto a la física del sistema solar, como los ya mencionados corrimiento hacia el rojo gravitatorio o la desviación de los rayos de luz al pasar cerca de fuentes gravitacionales intensas, o bien el famoso avance del perihelio de Mercurio, la teoría de Einstein al ser, al menos localmente, una teoría relativista, predice que las pequeñas perturbaciones del campo gravitatorio se propagarán en el vacío con la velocidad de la luz: se trata de ondas gravitatorias. Estas ondas son muy difíciles de detectar, debido a la pequeñez de sus efectos para las intensidades esperables provenientes del resto del Universo. Sin embargo hay varios experimentos en marcha, en particular LIGO (un acrónimo para *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory* en Hanford, en Estados Unidos, que utiliza un interferómetro Fabry-Pérot parecido (aunque, naturalmente, muy evolucionado y de un tamaño mucho mayor, de hecho cada brazo es de cuatro kilómetros) al que utilizaron Michelson y Morley para determinar distancias con una gran precisión) con el objetivo de presentar una detección inambigua de estas ondas en las primeras décadas de este siglo. En cuanto ello se consiga, se habrá abierto una nueva ventana sobre el Universo en su conjunto; además de poderlo observar con las ondas electromagnéticas (no sólo en el visible, sino también en el infrarrojo, Rayos X y Rayos γ) lo podremos observar en distintas ventanas en el espectro de las ondas gravitatorias. Esto cambiará sin duda, de forma radical, nuestra visión del Universo. Por cierto que en un cierto sentido, se puede decir que existe una evidencia, aunque indirecta, de la existencia de ondas gravitacionales en la naturaleza. Existe un sistema astrofísico muy interesante, llamado *pulsar binario* PSR 1913+16 (esto es simplemente su nombre en un catálogo)²³ tal que el período disminuye con el tiempo, lo cual se interpreta como una evidencia de que

²³Un pulsar es una estrella de neutrones (veremos algo más sobre ellas en breve) en rápida rotación. Lo que se observa es un pulso intermitente de ondas electromagnéticas con radiofrecuencias y períodos del orden de fracciones de segundo, fruto de la rotación del dipolo asociado. En este caso existen dos estrellas muy compactas (a una distancia del orden del radio del Sol) girando cada una alrededor de la otra, de ahí el nombre de binario

las dos componentes del sistema binario se están acercando, debido a que pierden energía por emisión de ondas gravitatorias. Los detalles cuantitativos concuerdan exactamente con una fórmula que predice la teoría, y que no sólo es proporcional a la constante de Newton, G , sino también al inverso de la quinta potencia de la velocidad de la luz, $(v/c)^5$.

Una vez que tenemos una teoría relativista de la gravitación, y por primera vez en la historia de la ciencia, es posible intentar pensar un *modelo cosmológico* consistente, dado que, como hemos argüido repetidamente la interacción dominante a largas distancias es, precisamente, la gravitatoria. Esto ya lo sabía Newton, que intentó construir un modelo de Universo a partir de su teoría de la gravitación universal. Curiosamente este modelo era inconsistente porque Newton tenía el prejuicio de que el Universo tendría que ser estático. Este prejuicio, incidentalmente, perdura hasta Einstein, y es la razón física de la introducción de la constante cosmológica. Una vez que se elimina este prejuicio, cosa que hicieron los físicos británicos Milne y MacCrea, (basándose en las ideas del astrónomo americano Edwin Hubble sobre la expansión del U(niverso) resulta tarea fácil edificar una cosmología newtoniana. Se parte del *principio cosmológico*: que ha de existir en cada punto un observador (llamado *fundamental* tal que el Universo ha de aparecer idéntico a todos ellos, siempre que realicen sus observaciones en el mismo instante de tiempo absoluto. Esto quiere decir que si la velocidad que el observador fundamental O adscribe a un punto del substrato, P , es $\vec{v}(t, \vec{r})$, entonces la velocidad que otro observador fundamental, O' situado a una distancia $\vec{a}$ del anterior adscribirá al mismo punto del substrato será

$$\vec{v}'(\vec{r} - \vec{a}) \quad (43)$$

que, por consistencia, ha de ser igual a $\vec{v}(\vec{r}) - \vec{v}(\vec{a})$. Teniendo en cuenta que, además, $vecv$ y $\vec{v}'$ tienen la misma forma funcional, entonces necesariamente

$$\vec{v} = H(t)\vec{r} \quad (44)$$

o lo que es equivalente.

$$\vec{r} = R(t)\vec{r}_0 \quad (45)$$

donde $\vec{r}_0$ es un punto constante.

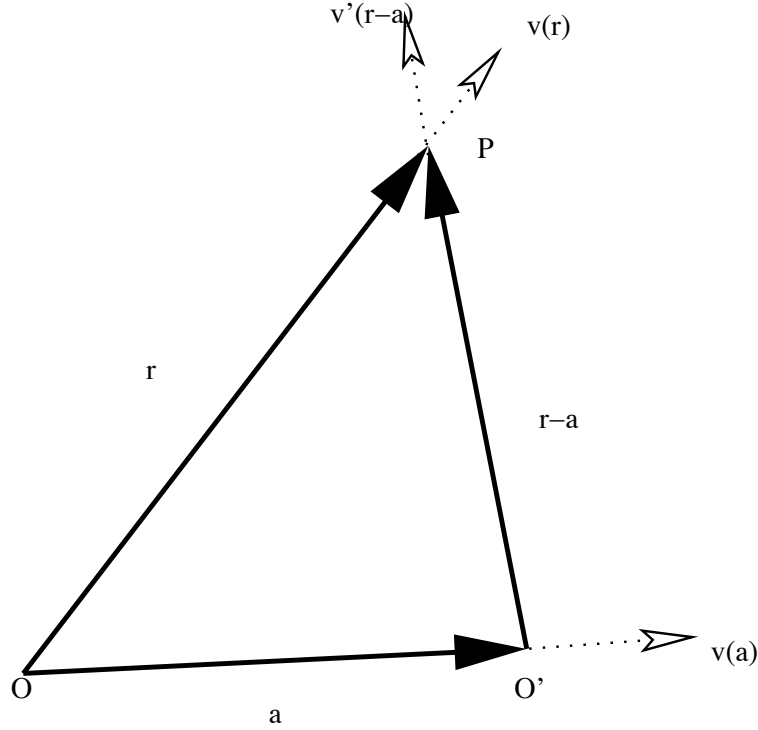


Figure 10: Autoconsistencia del Principio Cosmológico Newtoniano

La segunda ley de Newton implica entonces que la (derivada de la) aceleración gravitatoria producida en el punto $\vec{r}$ por toda la materia del Universo, supuesta en forma de fluido uniforme con densidad $\rho(t) \sim \frac{P\rho_0}{R^3}$ (esto es necesario por conservación de la masa)

$$\nabla \vec{g} = -4\pi G\rho \quad (46)$$

esto es,

$$\vec{F} = -\frac{4\pi}{3}G\rho\vec{r} \quad (47)$$

lo cual conduce a una ecuación diferencial para el factor de escala, $R(t)$. Para el lector interesado en más detalles sobre la cosmología newtoniana, no hay nada mejor que el (desgraciadamente agotado) libro de Bondi para adentrarse en el tema.

Los modelos más sencillos, descubiertos por Friedmann, representan un universo en expansión y con una singularidad inicial, llamada popularmente la *gran explosión*, el big bang. A pesar de lo simplificado de estos modelos, existen dos evidencias en favor de que, al menos en sus grandes líneas, contienen elementos de verdad: la observación misma, y el enorme grado de isotropía de la radiación de 3^0K , y la nucleosíntesis primordial. La radiación de 3^0K (microondas) había sido predicha por el físico ruso afincado en Estados Unidos George Gamow como la parte restante del sistema de fotones primordiales en equilibrio con la materia en la bola de fuego inicial. En cuanto a la nucleosíntesis (es decir, la explicación del origen de los distintos elementos químicos que se encuentran en el Universo) es digno de mención que cuando los astrofísicos americanos y británicos Geoffrey Burbidge, Margaret Burbidge, Wiliam Fowler y Fred Hoyle (que eran partidarios de la teoría alternativa del *estado estable*, en la que no hay bola de fuego inicial²⁴), intentaron explicar la nucleosíntesis a partir de las estrellas, se encontraron con que había una serie de elementos (básicamente Deuterio (D) sobre el que hablaremos más adelante, y Helio (He^4))que no se podían fabricar en las estrellas, y cuyo único origen posible es la nucleosíntesis primordial.

En la época de Einstein la creencia filosófica dominante es que el Universo tenía necesariamente que ser estático. Einstein (e, independientemente, el famoso matemático francés Elie Cartan) se dieron cuenta de que había una constante arbitraria que se podía introducir en el primer miembro de las ecuaciones de Einstein, y a la que se le ha dado el nombre de *constante cosmológica* ²⁵.

²⁴La teoría del estado estable, debida a los físicos británicos Hermann Bondi y Tom Gold, postula lo que ellos llaman el *principio cosmológico perfecto*, según el cual el Universo no sólo es uniforme espacialmente, sino que también ha de aparecer idéntico a todos los observadores fundamentales en todo instante de tiempo. Aunque la teoría del estado estable, que ha sido posteriormente elaborada, en particular por Fred Hoyle, está excluída por las observaciones (especialmente la radiación de fondo de 3^0K), su estudio, siempre fascinante, ha contribuído de forma importante a la constitución de la cosmología como ciencia.

²⁵Esto permite modelos estáticos, aunque inestables frente a pequeñas perturbaciones

El físico soviético Fock demostró que esta constante se podía igualmente interpretar como proveniente del segundo miembro de las ecuaciones, y que entonces adquiriría una interpretación física muy distinta, como la densidad de energía del vacío. Ya veremos más adelante como esto precisamente origina un enorme desacuerdo cualitativo entre las predicciones del modelo standard de física de partículas elementales y los modelos cosmológicos de los que estamos hablando.

En resumen, de las dos patas del dilema cuyo desarrollo justifica este libro, ésta es la que tiene menor apoyo experimental: la Relatividad General sólo se ha verificado experimentalmente en las proximidades del sistema solar, donde los campos son débiles, y en el pulsar binario, que al ser dependiente de la interpretación astrofísica acarrea un poder de convicción relativo.

Pero en cambio la fascinación teórica de esta teoría es inmensa, y el camino recorrido infructuosamente por Einstein en la segunda mitad de su vida, de *geometrizar* las interacciones fundamentales, en el mismo sentido en que la Relatividad General geometrizó la gravitación, es todavía hoy una de las avenidas fundamentales sobre las que piensa la comunidad de físicos teóricos.

7 Gravitación y Física Cuántica: un oxímoron?

Hemos señalado repetidamente que, de las cuatro interacciones fundamentales, hay tres (las electromagnéticas, las débiles y las fuertes) cuyos efectos cuánticos son entendidos y explicados por la física cuántica relativista (especial).

Hay un sentido en el que la gravitación es también una teoría gauge. La clave no reside en este caso en la elección de fases para los fermiones, sino en la equivalencia física de todos los sistemas de referencia, concepto bastante sutil que engloba en definitiva el significado geométrico del campo de gravitación. Esta simetría no es, sin embargo, suficiente para poder reorganizar todos los apantallamientos divergentes de una forma coherente: en lenguaje técnico, la teoría de Einstein, *considerada como una teoría gauge ordinaria* no es renormalizable.

Naturalmente esto no excluye en modo alguno la existencia de una gravitación cuántica de una estructura diferente a la de las teorías gauge ordinarias.

Y no es casualidad que la gravitación no se adapte fácilmente a este esquema. Como hemos visto, según la teoría de la Relatividad General de Einstein la gravitación determina la geometría del espacio-tiempo. Es decir, que lo que ha de estar cuantizado es, en un cierto sentido, el propio espacio- tiempo. No es de extrañar que ello plantee todo tipo de dificultades conceptuales.

Por ejemplo, a nivel de interpretación probabilista. Presumiblemente, una teoría cuántica de la gravitación resuelve las singularidades clásicas de la Relatividad General (tal como la singularidad inicial del *big bang*). Ahora bien, las predicciones de la física cuántica siempre son probabilistas, definidas bien en términos de amplitudes (cuando los fenómenos de interferencia son importantes) o bien en términos de probabilidades (cuando no hay fenómenos de interferencia). Estas interpretaciones suponen siempre implícitamente que el experimento que estamos analizando se puede repetir las veces que sea necesario. Ahora bien, qué sentido tiene una predicción probabilista aplicada a la Cosmología, donde el objeto de

estudio es único e irrepetible, casi por definición?

Por eso a veces se dice que la Cosmología Cuántica es un intento de construir una teoría del *estado inicial*. En vez de hacer predicciones a comprobar, con mayor o menor dificultad, en los laboratorios, se trataría de estudiar las observaciones cosmológicas para determinar la naturaleza del estado inicial del Universo. Aunque esto puede parecer ciertamente osado, y poco predictivo, la experiencia de que disponemos en la cosmología ordinaria es que no es tan fácil construir modelos que concuerden con las observaciones, aunque pudiera parecer lo contrario a primera vista.

Otra cuestión espinosa es la de cómo afecta la cuantización del campo gravitatorio a los demás campos. Porque nosotros entendemos lo que significa un fotón propagándose en el espacio de Minkowski. Incluso podemos, con una cierta dificultad, entender lo que significa un fotón propagándose en un espacio curvo, como el espacio cosmológico. Pero que significa un fotón propagándose en un espacio que es él mismo cuántico, es decir, que no tiene un valor clásico determinado?

Uno de los viejos sueños de la física teórica es precisamente que gracias a los efectos cuánticos en la gravitación se consigan entender las renormalizaciones infinitas de las que está plagada la física cuántica relativista. Un destacado defensor de estas ideas fue el físico pakistaní (fundador del ICTP de Trieste), Abdus Salam.

Veremos al final en qué sentido nuestras ideas actuales realizan este sueño.

La dificultad de esta tarea ha llevado a algunos físicos a sostener que a lo mejor no era necesario cuantizar la gravitación; que precisamente una de las peculiaridades de esta interacción fuese el ser completamente clásica. Probablemente el más eminente de los físicos que han defendido esta opción sea Moller. Aparte de los prejuicios estéticos que podamos tener, resulta extremadamente difícil de entender cómo una fuente cuántica puede producir efectos clásicos (en los que necesariamente se han perdido los efectos de interferencia). Aunque se han diseñado experimentos para dirimir la cuestión, los resultados no son concluyentes. Aunque poco popular, es ésta una postura que no se puede olvidar. A

lo mejor hay que volver a ella en algún momento. A lo mejor sí que es cierto que existe una *contradictio in terminis* entre la gravitación y el principio cuántico.

8 Radiación de Hawking.

Uno de las ideas más interesantes relacionadas con la gravitación desde cualquier punto de vista en el que ésta afecte a la luz es el de *agujero negro*. Por ejemplo, el físico y matemático francés Pierre Simon de Laplace (partidario de la teoría corpuscular de la luz) ya en 1798 demostraba la posible existencia de cuerpos celestes en los que la atracción gravitatoria es tan intensa que ni siquiera la luz puede escapar de ella. (Es decir, que la *velocidad de escape*,²⁶ sea superior a la velocidad de la luz).

El nombre (debido al físico americano John Wheeler) es sumamente descriptivo, ya que al no poder escapar luz alguna, resulta totalmente imposible *ver* estos cuerpos desde lejos, ni con luz emitida ni con luz reflejada.

Otra cosa es que estos cuerpos sean detectables; naturalmente que lo son, a través de sus efectos gravitatorios. Es frecuente que estos objetos formen parte de sistemas binarios en los que una componente es invisible; de hecho casi todos los candidatos propuestos por los astrónomos entran dentro de este apartado. Por regla general, los agujeros negros tienen en torno suyo un *disco de acreción*, donde orbita la materia que está a punto de ser tragada por el agujero negro, de ahí su nombre, y que al acelerarse emite fotones duros, tipo rayos X o rayos γ de forma muy parecida a como lo hace la materia que está a punto de ser absorbida por una estrella de neutrones,²⁷ el otro tipo principal de objeto compacto

²⁶Definida como la velocidad necesaria para que la energía cinética (definida positiva) al menos iguale en módulo a la energía potencial gravitatoria en la superficie (que, recordemos, era una cantidad negativa). En la superficie de la Tierra esa velocidad es aproximadamente de 40,000 Km/hora

²⁷Una estrella de neutrones es uno de los posibles estados finales de la vida de una estrella. Las estrellas evitan el colapso gravitatorio (esto es, que toda la masa de la estrella se hunda hacia el centro) gracias a la presión que proporcionan las reacciones de fusión nuclear. Al principio sólo se fusionan los núcleos ligeros, como el hidrógeno, pero cuando éste se acaba, disminuye la presión, como lo que la estrella se hunde, hasta que el propio hundimiento hace que se eleve la temperatura, que a su vez hace que puedan encender otras reacciones de fusión que involucren a núcleos más pesados, etc. Todos estos ciclos se acaban cuando se llega al hierro, Fe_{56} , ya que por mucho que se aumente la temperatura, ya no es favorable encender nuevos

conocido. En ésto estriba la dificultad de discriminar observacionalmente entre un agujero negro y una estrella de neutrones). Naturalmente, en el futuro se espera que también se puedan detectar a través de las ondas gravitatorias emitidas, pero se necesitan detectores con una sensibilidad mucho mayor que los de la generación de LIGO para ello.

Según la Relatividad General la gravitación afecta a todas las formas de energía, y en particular a los fotones. Es natural, por consiguiente, que prediga la existencia de agujeros negros, como de hecho así sucede, siendo el modelo más sencillo el encontrado por Martin Kruskal extendiendo una solución esféricamente simétrica obtenida por Karl Schwarzschild.

Existen varias diferencias importantes, sin embargo, con respecto al modelo mecanicista de Laplace.

Desde el punto de vista de la teoría de Einstein un agujero negro está caracterizado por un *horizonte*, que es una superficie bidimensional que separa los puntos desde los que los fotones pueden escapar al infinito de aquellos en los que esto no es posible. Esta superficie está situada (para objetos esféricamente simétricos) a una distancia

$$r \equiv r_s \equiv \frac{2GM}{c^2} \quad (48)$$

A esta distancia r_s se la conoce con el nombre de *radio de Schwarzschild*, y para el Sol tiene un valor de unos 3Km; mientras que para la Tierra sería del orden de un cm. Esto proceso de fusión. Empieza entonces la parte más agitada de la vida de la estrella, ya que se produce un brusco colapso, seguido de un rebote, donde una parte importante de la masa de la estrella es expulsada al exterior. Es lo que se conoce como *supernova*. El resto constituye, o bien una estrella de neutrones (que es como un inmenso núcleo atómico macroscópico; de hecho una estrella de neutrones de una masa solar tendría un radio de unos diez Km; o bien un agujero negro cuyo tamaño es sólo la tercera parte. La creencia dominante es que no pueden existir configuraciones estables de estrellas de neutrones mucho mayores que, digamos diez veces la masa del Sol, o sea que si se observa un objeto compacto con una masa muy superior, ha de tratarse necesariamente de un agujero negro. Desde el punto de vista observacional, a igualdad de masa, es muy difícil distinguirlos, ya que, aunque no son absolutamente negros, las estrellas de neutrones carecen de luz propia (son estrellas *apagadas*), y como son objetos muy compactos, su luz reflejada es despreciable.

da una idea de la enorme densidad de materia que habría en un agujero con una masa de este orden.

En la figura se ha representado el proceso de colapso de una estrella hasta convertirse en un agujero negro. Conforme se sube en el eje de *prdenadas* (que corresponde a avanzar en el tiempo), la frontera de la superficie de la estrella se va haciendo cada vez más pequeña, lo que quiere decir que el objeto está colapsando. Finalmente, llega un momento en que el radio de la estrella coincide con el radio de Schwarzschild, y a partir de ese momento ya permanece constante (siempre que no acrete materia, en cuyo caso se va ensanchando poco a poco de acuerdo con la fórmula para el cálculo de r_s , que depende linealmente con M).

Lo más interesante de la figura es la disposición de los conos de luz. La línea vertical situada a la derecha de la figura representa un observador en el infinito (es decir, situado tan lejos del agujero que los efectos gravitacionales de éste son despreciables). También hemos representado la línea de universo de un astronauta que explora el agujero con su nave. Al principio, no tiene dificultad en seguir mandando señales radio al astrónomo en el infinito, aunque la atracción del agujero, y la pérdida de frecuencia debido al corrimiento hacia el rojo gravitatorio hacen que sea mucho más difícil que en circunstancias normales. Pero llega un momento (cuando el cohete justo cruza el horizonte, lo que para el astronauta ocurre en un tiempo propio finito), en el que pasan dos cosas graves: el corrimiento hacia el rojo se hace infinito, y además la generatriz del cono de luz yace sobre el horizonte; es decir, que ya no puede mandar mensajes al astrónomo. En realidad, como la potencia de su aparato emisor es necesariamente finita, esto ocurre desde bastante antes, a saber desde el momento en que no puede alcanzar las frecuencias necesarias para, una vez tenido en cuenta el corrimiento hacia el rojo, los aparatos detectores del astrónomo hayan sido capaces de detectar la señal emitida por el astronauta.

A partir de ese momento, todas las señales emitidas por el astronauta van a parar a la singularidad interior; no puede transmitir mensajes al exterior.

En el interior del *horizonte* la física es muy extraña, y en los modelos analíticos más sencillos (llamados de Kerr-Newman, y que generalizan la solución de Schwarzschild permitiendo la presencia de momento angular J y de carga eléctrica Q) todas las trayectorias acaban siempre efectivamente en una *singularidad*, donde la curvatura diverge.²⁸

Pero lo realmente interesante es que, desde el punto de vista del exterior, lo que ocurra en el interior es irrelevante, ya que jamás podrá ser observado. A la hora de calcular una amplitud para un proceso mecanocuántico arbitrario en el exterior del agujero, hay que sumar sobre todas las posibilidades en el interior del horizonte, posibilidades que, como decimos, son inobservables.

De hecho existe una conjetura²⁹, llamada *no pelo*, que afirma que los agujeros negros son calvos; no tienen pelo, en otra frase típica de John Wheeler. Con ello se quiere decir que, en el proceso de colapso de, digamos, una estrella supermasiva, todos los multipolos (esto es, todas las irregularidades que separan a la estrella de la perfecta simetría axial, como las manchas solares, corona, etc), son eliminadas mediante radiación gravitatoria, en el transcurso del colapso y al final, lo único que queda es un horizonte con tres parámetros,

²⁸Ya hemos indicado previamente que las singularidades existen sólo en las ecuaciones, y no en la Naturaleza. Históricamente, siempre que en una teoría dada se predecía una singularidad, ésta era realmente una señal de nuestra ignorancia sobre fenómenos físicos nuevos, relevantes en esa zona. Así por ejemplo, la singularidad en el campo de Coulomb en el origen, que desaparece (o más bien, se reinterpreta de otra manera) en la Electrodinámica Cuántica. La correspondiente singularidad en el potencial newtoniano no desaparece en Relatividad General, pero esto es probablemente debido al hecho de que la teoría sigue siendo clásica (esto es, no cuántica). Es de esperar que cuando entendamos los efectos cuánticos sobre la gravitación estemos en el marco de una descripción no singular.

²⁹Habitualmente llamada teorema, incluso con el nombre del primero que lo demostró, el físico canadiense (aunque de origen sudafricano) Werner Israel; pero nosotros preferimos llamarla así porque, como todos los teoremas, su validez depende de la de sus premisas, y en este caso hay algunas condiciones técnicas sobre la geometría del espacio-tiempo que han sido cuestionadas por algunos autores. Los rápidos avances en las técnicas numéricas para resolver las ecuaciones de Einstein en un colapso tridimensional realista permitirán dar un perfil más científico a la presente conjetura

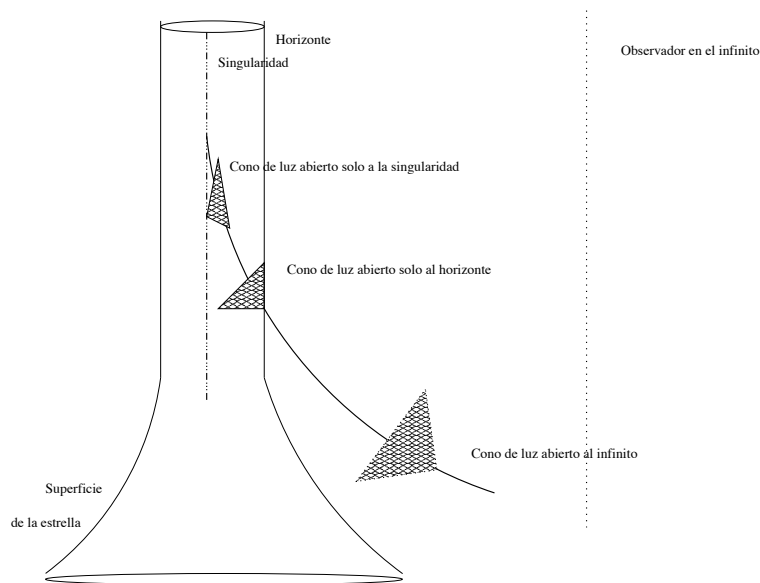


Figure 11: Diagrama espacio-temporal de un agujero negro

identificados físicamente como masa, carga y momento angular.

El espacio-tiempo de Kruskal posee un agujero de gusano como el representado en la figura, análogo a los que hemos mencionado en el capítulo sobre relatividad especial. Este agujero de gusano comunica dos copias idénticas de un espacio exterior al agujero, y se llama *punto de Einstein-Rosen*, ya que fue descubierto por el propio Albert Einstein con un joven colaborador israelita, Nathan Rosen. La cuestión está en saber si es posible atravesar el puente para pasar de una región exterior a otra región exterior. La respuesta en este caso es negativa, como hemos visto, debido a la existencia de la singularidad.

En este momento se pueden hacer dos preguntas: la primera es : Existe algún tipo de materia que, de acuerdo con la teoría de Einstein, establezca el puente? Si ello fuese así , tendríamos, aunque fuese sólo en principio, un agujero de gusano *atravesable*. El astrofísico americano Kip Thorne ha estudiado esta cuestión con sus colaboradores, y la conclusión a la que llegan es que la materia que se necesitaría es una *materia exótica*, que quizás se podría conseguir si se consiguiesen controlar en el laboratorio efectos cuánticos

complicados a escala macroscópica. La conclusión es pues, básicamente negativa. al menos por ahora.

En una nota más especulativa, cualquiera que sea la teoría que armonice la relatividad general y la mecánica cuántica, tendrá que dar un contenido diferente a la presencia de las singularidades en las soluciones a las ecuaciones de Einstein, como corre con la electrodinámica cuántica y las singularidades del electromagnetismo clásico. Pudiera ser que esta eliminación de singularidades favoreciese la aparición de agujeros de gusano atravesables.

De momento, como vemos, la posibilidad de atravesar estos agujeros (y, por consiguiente, de viajar a velocidad mayor que la de la luz) es remota, y las escasas posibilidades abiertas necesitan de lleno una comprensión de lo que creemos que es el problema fundamental de la física del siglo XXI a saber, los efectos cuánticos sobre la fuerza gravitatoria.

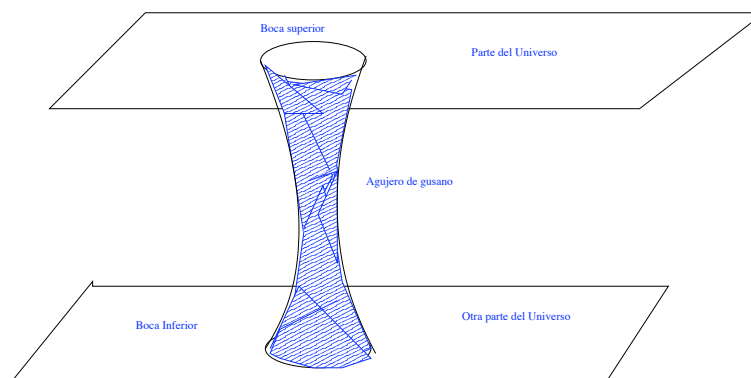


Figure 12: Los agujeros de gusano

Los agujeros negros satisfacen en el curso de su evolución una curiosa relación, conocida como la *ley de las áreas*: a saber que, independientemente de los detalles de la historia del agujero negro, de cómo se haya formado, del tipo de materia que se haya tragado, etc, el área del horizonte no puede disminuir. Cuando dos agujeros negros colisionan y forman un único agujero negro (con emisión de ondas gravitatorias, en general), el área del horizonte del agujero resultante ha de ser mayor que la suma de las áreas de los agujeros del estado

inicial.

La analogía entre esta ley de las áreas, y la segunda ley de la termodinámica es evidente, e indujo a una serie de autores, entre los que destaca el físico israelita (aunque nacido en México) Jakob Bekenstein, a introducir una noción puramente formal de *entropía* de un agujero negro como directamente proporcional al área de su horizonte.

Aquí tenemos que hacer una pequeña digresión sobre el concepto de entropía. Realmente este concepto está muy relacionado con el de información, y es en cierto sentido, una medida de la *ausencia* de información que tenemos sobre un sistema. Supongamos un sistema con muchos grados de libertad, como sucede con todos los sistemas macroscópicos. Es frecuente que renunciemos a describirlos todos, y parametricemos los estados globales del sistema mediante una serie de magnitudes termodinámicas e hidrodinámicas, como la masa y volumen globales, temperatura, presión, etc. En este caso, implícitamente estamos promediando sobre todos los estados microscópicos que corresponden a los mismos valores de las magnitudes a las que hacíamos referencia más arriba. Ese promedio es básicamente la entropía: cuantos más microestados existen compatibles con nuestra especificación del macroestado, mayor es el valor que le asignamos a la entropía. Aunque éste es el concepto básico, frecuentemente, la entropía es una medida del *desorden*: sistemas muy ordenados, con la máxima especificación compatible con la mecánica cuántica (*estados puros*) tienen entropía nula; sistemas muy mezclados tienen entropía elevada.

Una de las razones del papel central que juega el concepto de entropía en la física macroscópica es el llamado *segundo principio de la termodinámica* (o teorema H de Boltzmann), que afirma que la entropía de un sistema aislado no puede disminuir con el tiempo; al menos tiene que permanecer constante. Una manera de ver la existencia de la vida biológica desde este punto de vista es que los seres vivos consiguen mantener un nivel bajo de entropía gracias a la interacción con el medio; la entropía del sistema aislado constituido por el ser vivo más su entorno, naturalmente, aumenta de acuerdo con el segundo principio.

Es precisamente este segundo principio el que se ha invocado en la analogía con los

agujeros negros.

La variable más importante usada para caracterizar los sistemas macroscópicos en equilibrio (es decir, después de transcurrido en *tiempo de relajación* necesario para alcanzar la situación de equilibrio termodinámico)³⁰ es la temperatura, que es básicamente la energía media de los constituyentes elementales (por ejemplo, de las moléculas en un gas, etc). Obviamente este concepto es interesante sólo si la *dispersión* respecto de esa velocidad media no es muy grande. La entropía, en particular, es una función creciente de la temperatura; de hecho, para un sistema en equilibrio, la temperatura especifica todas las demás magnitudes macroscópicas.

Los agujeros con momento angular no nulo son susceptibles de *radiar* por *emisión inducida*, como consecuencia de la existencia de órbitas de energía negativa (con respecto al infinito). Este fenómeno se manifiesta ya clásicamente, por ejemplo, en que cierto tipo de ondas se amplifican al reflejarse en el agujero. Este mecanismo fue sugerido clásicamente por Penrose, y estudiado con detalle por la escuela soviética de Jakob Zel'dovich. Esto es muy intuitivo: el agujero radia, y al radiar va perdiendo gradualmente el momento angular, hasta que termina en el estado correspondiente a $J = 0$ (Schwarzschild).

Este último, que ya es esféricamente simétrico, se le consideraba como un agujero *muerto*, desde este punto de vista, cuando en 1974 el físico británico Stephen Hawking realizó un descubrimiento importante, a saber que incluso los agujeros esféricamente simétricos radiaban. Es más esa radiación era *idéntica* a la de un sistema en equilibrio a una temperatura (llamada a partir de entonces de Kawning),

$$T_H = \frac{\hbar\kappa}{2\pi} \quad (49)$$

³⁰Si se mezclan dos vasos de agua, uno frío y otro caliente, al cabo de un tiempo muy corto en este caso, se alcanza una temperatura tibia, uniforme, e intermedia entre las otras dos. Así como el estado general de un fluido presenta fenómenos dependientes del tiempo, como convección, turbulencia, etc, cuando el sistema está en equilibrio se puede caracterizar por unas pocas magnitudes termodinámicas *independientes del tiempo*. El sistema está en un estado estacionario.

donde κ es la *gravedad superficial*, $\kappa \equiv \frac{c^3}{4GM}$ y que corresponde físicamente a la aceleración que experimenta una partícula en reposo en el horizonte, tal y como se observa en el infinito asintóticamente lorentziano.

Antes hemos usado, basándonos en la ley de las áreas, una analogía entre los agujeros negros y la entropía. Ahora vemos que aparece también una temperatura. Cuán en serio tenemos que tomarnos estas analogías?

Según los razonamientos habituales de la Mecánica Estadística el susodicho sistema tendría una entropía

$$S = \frac{1}{4} \frac{Ac^3}{G\hbar} \quad (50)$$

es decir, proporcional al área, con un factor de proporcionalidad determinado de forma precisa.

$$A \equiv 4\pi(2GM)^2 \quad (51)$$

Esto resulta realmente sorprendente, ya que por dos caminos completamente distintos llegamos al mismo resultado. No está claro si la entropía del agujero negro representa realmente el número de microestados correspondientes con los pocos parámetros compatibles con su calvicie, o si se trata simplemente de un efecto debido al hecho de que hay una parte del espacio tiempo que es inaccesible para el observador, a saber, el interior del horizonte; y de origen, por consiguiente, puramente geométrico.

Recientemente los físicos americanos Andrew Strominger y Cumrun Vafa (este último, de origen iraní) han conseguido demostrar que al menos para un cierto tipo de agujeros muy complicados, existe un número de estados exactamente igual al correspondiente a la entropía de Hawking. No se sabe si esto es cierto en el caso general.

No es tarea fácil el entender intuitivamente el efecto Hawking. Una manera de verlo es la siguiente. El vacío cuántico está sometido a fluctuaciones, del tipo de que en un cierto instante se crea un par electrón positrón, y al cabo de un tiempo muy pequeño, desaparecen. Ese par de partículas no son *reales*, sino *virtuales*. Esto quiere decir que

la incertidumbre en su energía, dada por $\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta t}$ es mayor que $m_e c^2$ siempre que la duración de la fluctuación sea muy pequeña, $\Delta t < \frac{\hbar}{m_e c^2} \sim 10^{-21} \text{ seg.}$ Estas fluctuaciones no corresponden a partículas reales, como las que estudiamos cuando vimos la relatividad especial, ya que la relación entre la energía y el momento no es la adecuada. Son más bien efectos cuánticos que, a falta de un nombre mejor, se conocen como *partículas virtuales*.

Este efecto es que causa que, en presencia de un campo electromagnético, el vacío se comporte como un medio polarizado, ya que, aunque la densidad de carga total sigue siendo nula, ya que el electrón y el positrón tienen cargas opuestas, su distribución espaciotemporal no es idéntica; las cargas positivas tienden a estar en unos sitios, y las negativas en otro, y un campo externo permite cuantificar (y verificar) este efecto.

Pues bien, este tipo de fluctuaciones también tendrán lugar en la inmediata proximidad del horizonte de un agujero negro. Si una de las partículas es captada por el agujero, la compañera no tendrá más remedio que materializarse, ya que de otra forma no se conservaría la energía. Puede ser que también termine siendo engullida por el agujero, pero también puede suceder que se escape hasta el infinito. En este sentido se puede decir que el agujero extrae su radiación del vacío.

Este argumento intuitivo, aunque contiene importantes elementos de verdad, no proporciona ninguna intuición sobre el por qué del carácter térmico de la radiación, una de sus características básicas.

Fijémonos ahora en el proceso global de *evaporación* por efecto Hawking. Para agujeros de masas macroscópicas, la temperatura es ridículamente pequeña; por ejemplo, para un agujero del tamaño del Sol, $T_H \sim 10^{-7} K$. Pero al evaporarse, el agujero va perdiendo masa, por lo que esa temperatura va aumentando, por lo que, dado un tiempo suficiente (que en el caso del agujero con masa solar sería del orden de 10^{66} años) la temperatura diverge y el agujero desaparece.

La pregunta es qué ocurre con la información sobre los detalles de los objetos que han ido cayendo en el interior del agujero? Se ha perdido para siempre?

Esta formulación de la pregunta parece muy dramática, pero realmente la situación es un poco más sutil. Al fin y al cabo, cuando se queman cosas, también se pierde la información sobre los detalles de la cosa quemada, y nadie se escandaliza por ello. Lo que ocurre es que no se pueden quemar estados puros; los procesos ordinarios de combustión se realizan sobre estados macroscópicos, a los que se les puede aplicar las leyes de la mecánica estadística.

Esta es toda la cuestión: es posible construir agujeros negros a partir de estados puros? Si fuera así (como cree Hawking) el estado puro inicial se convertiría, al final de todo el proceso de evaporación, en un estado mezcla muy complejo. Es lo que constituye la llamada por algunos la *paradoja de la información*. Independientemente de los detalles, esto implicaría una evolución *no unitaria*, en contra de las ideas de la Mecánica Cuántica.

Naturalmente es posible que los estados puros *nunca* formen agujeros negros, en cuyo caso la paradoja se suavizaría considerablemente. Este es el punto de vista defendido entre otros, por el físico italo-argentino Daniele Amati y el físico canadiense Eric Myers. La verdad es que no lo sabemos todavía: es un problema abierto.

9 La gravitación cuántica. Un problema para el Siglo XXI

En vista de que la gravitación no parece ser una interacción cuántica del mismo tipo que las otras tres interacciones fundamentales, se pueden adoptar muy variadas reacciones.

Una posibilidad, por ejemplo, es la de pedir paciencia, y vivir en la duda. Esta sería la postura de un fenomenólogo radical: sin experimentos no es posible edificar una teoría física: sólo filosofía. (Aunque más adelante matizaremos un poco, lo previsible es que para poder acceder a datos experimentales en este tema sea necesario ganar unos 16 órdenes de magnitud en energía sobre las que se esperan conseguir en el Laboratorio Europeo de Física de Partículas (LHC) en Ginebra). Recordemos el argumento ya presentado en la Introducción en el sentido de que la única cantidad con dimensiones de longitud que se puede construir con las unidades fundamentales, llamada *longitud de Planck*, es

$$l_P \equiv \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \sim 10^{-33} cm \quad (52)$$

Otra posibilidad es intentar repensar toda la relación entre la física cuántica y la física clásica desde el principio, teniendo en cuenta el papel esencialmente geométrico que juega la gravitación clásicamente desde el punto de vista de la Relatividad General.

Esto significa, en cierto sentido, *desunir*, y renunciar a una explicación común para todas las interacciones de la Naturaleza.

Si intentamos seguir la pista a la posibilidad contraria, es decir, de que todas las interacciones tengan, básicamente un origen común, nos vemos conducidos a contemplar la posibilidad de que los ingredientes básicos del universo sean objetos unidimensionales, extremadamente pequeños, llamados *cuerdas*, que se propagan de forma natural en un espacio-tiempo extendido, de dimension $d = 10$.

Las partículas elementales, como los quarks o los fotones serían desde este punto de vista los modos normales de vibración cuantizados de la cuerda (el análogo de los fonones

en física del estado sólido). La estructura de la cuerda sólo sería visible a energías tales que se puede explorar la longitud característica de la cuerda, l_s , supuesta del orden de la escala de Planck, esto es, 19 órdenes más pequeña que un nucleón. Recordemos que por el principio de incertidumbre,

$$\Delta p \Delta x \sim \hbar \quad (53)$$

de forma que para explorar una distancia dada, digamos l_s , es obviamente necesario que $\Delta x < l_s$, lo que implica que $\Delta E > \frac{\hbar}{l_s}$, y necesariamente $E > \Delta E$.

Las cuerdas, además, sólo son estables desde el punto de vista cuántico si poseen una curiosa simetría entre los modos de vibración de spin entero y los de spin semientero. A esta simetría se le llama *supersimetría*. En cierto sentido, lo que sucede es que la energía (negativa) de un tipo de inestabilidades se compensa con la otra (positiva) correspondiente a las inestabilidades complementarias. Puede ser que ésta sea una simetría puramente *cuerdística*, o, lo que sería más interesante, que sobrevivan restos de esta simetría en las interacciones que podremos observar en el LHC.

Recientemente ha aparecido la evidencia de que otro ingrediente esencial de las cuerdas son unos defectos topológicos llamados *branas*, con dimension arbitraria (i.e. $d = 4$ es aceptable), caracterizados por ser los únicos subespacios en los que pueden terminar las cuerdas.

Una característica nueva muy interesante debida a la existencia de estos objetos es que la escala de la gravitación cuántica no tiene por qué ser la que ingenuamente argumentábamos hace un rato. Imaginemos que todas las interacciones gauge están contenidas en un defecto topológico (que por abreviar llamaremos brana) de dimensión $d = 10 - n = 4 + (6 - n)$. Este defecto topológico es exactamente análogo a un plano bidimensional en el espacio tridimensional ordinario. En este caso de las tres dimensiones que en total tiene el espacio, existe una dirección ortogonal al plano, y dos direcciones paralelas, contenidas en el plano.

Hay razones de consistencia de la supersimetría para pensar que realmente el espacio-tiempo tiene un total de $d = 10$ dimensiones. En esa situación, la brana que nos ocupa

tiene un total de n direcciones ortogonales (en vez de una sola en el ejemplo del plano), y $10 - n$ direcciones paralelas, que es exactamente la dimension total de la brana.

Esto quiere decir que el universo tiene 10 dimensiones, pero que nosotros (y todas las interacciones que conocemos) vivimos en una superficie de dimensión, por ejemplo, 6 (en el caso $n = 4$). Naturalmente, como sabemos que las únicas dimensiones macroscópicas son las tres dimensiones ordinarias y el tiempo, las otras dos dimensiones extra en este ejemplo, tendrían que formar una esferita muy pequeña, inobservable a energías ordinarias.³¹ La razón de que unas dimensiones compactificadas en pequeñas esferitas sean inobservables a bajas energías es, de nuevo, el principio de incertidumbre: para poder observar una distancia l (que estamos suponiendo muy pequeña), es necesario que la precisión de la medida sea aún más pequeña; ahora bien, por el principio de Heisenberg esto implica que la incertidumbre en la energía será muy grande, por lo que el valor central de la energía ha de ser al menos del mismo orden de magnitud.

Existen modelos tales que en el espacio complementario (ortogonal) de dimensión n , sólo se propaga la gravitación. La teoría efectiva en la brana es una especie de teoría de Kaluza-Klein con $6 - n$ dimensiones extra. Ahora bien, las constantes de acoplo (tanto la gauge como la gravitatoria) aparecen como coeficientes de la acción³², en la forma:

$$S \sim \frac{1}{g^2} V_4 V_{6-n} L \quad (54)$$

(donde V_4 es el volumen de las cuatro dimensiones ordinarias, que puede ser infinito; y V_{6-n} es el volumen de las $6 - n$ dimensiones compactas, que no sólo es finito, sino, como hemos visto, pequeño).

³¹Esta fascinante idea es debida a Kaluza, y ha sido perfeccionada por Klein. Originalmente se postulaba que el universo tiene 5 dimensiones, siendo la quinta un círculo de muy pequeño radio, y se pretendía construir de esa manera una teoría unificada de la gravitación y el electromagnetismo.

³²La acción es básicamente la energía por el tiempo, y a la densidad de acción se la denota como lagrangiana. Uno de los principios básicos de la física clásica es que las leyes de Newton son equivalentes a minimizar la acción, que también juega un papel relevante en la física cuántica

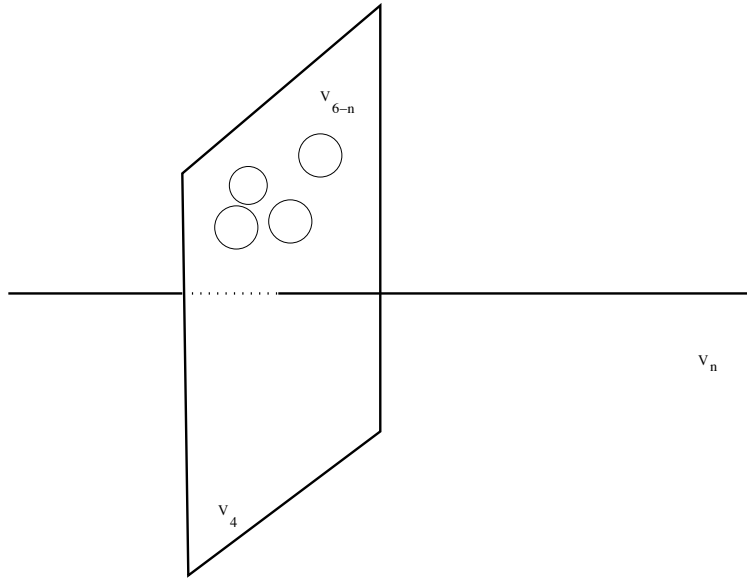


Figure 13: Un intento de representacion de la situacion indicada en el texto principal. La brana se representada aqui por un plano, pero se sobreentiende que cada punto del plano bidimensional representa realmente cuatro dimensiones: tres dimensiones espaciales más el tiempo. Existen además dimensiones extra sobre la brana (representadas por esferitas, que también hay que imaginar como de dimension $6 - n$), y también dimensiones transversas, que en la figura aparecen como la línea perpendicular al plano de la brana; aunque en realidad cada punto de esa línea posee n coordenadas diferentes.

Ahora podemos hacer un sencillo análisis dimensional. En mecánica cuántica la exponencial de la acción multiplicada por la unidad imaginaria, i , es una fase, por lo que la acción ella misma ha de ser un número puro, sin dimensiones. Ahora bien, el lagrangiano gauge siempre tiene la misma dimension que el inverso de un volumen cuadridimensional, $\dim L \sim \frac{1}{V_4}$. Esto quiere decir que $\dim g^2 \sim V_{6-n}$; más precisamente, la constante g está relacionada directamente con la constante de acoplo de la cuerda, g_s (que no tiene dimensiones, es un número puro), y con la escala de longitud asociada a la cuerda, l_s , mediante $g^2 = g_s l_s^{6-n}$.

Para un observador situado en la brana (que representa, recordémoslo, todo el espacio ordinario cuatridimensional), hay dos tipos de dimensiones que son invisibles a baja energía: por una parte, las $6 - n$ dimensiones longitudinales, que son pequeñas dimensiones compactas; y por otra, las dimensiones transversas, simplemente porque la única interacción que se propaga en el *volumen* es la gravitatoria. Este observador tiene, por consiguiente, que promediar sobre las dimensiones que no observa, por lo que su definición de acción obedecerá

$$\frac{1}{g_{YM_4}^2} L = \frac{1}{g^2} V_4 V_{6-n} L = \frac{1}{g_s} \frac{V_{6-n}}{l_s^{6-n}} L \quad (55)$$

Esto implica naturalmente que (despreciando la dependencia de todas las cantidades con las dimensiones adicionales no observadas),

$$\frac{1}{g_{YM_4}^2} = \frac{1}{g_s} \frac{V_{6-n}}{l_s^{6-n}} \quad (56)$$

donde hemos representado por g_{YM_4} la constante de acoplo característica de las tres interacciones fundamentales no gravitatorias.

Por otra parte, la constante de gravitación cuatridimensional viene dada , como cualquier otra constante de acoplo cuatridimensional, por:

$$\frac{1}{\kappa_4^2} = \frac{1}{\kappa_{10}^2} V_n V_{6-n} = \frac{1}{g_s^2 l_s^8} V_n V_{6-n} \quad (57)$$

La razón por la que $\kappa_{10}^2 = g_s^2 l_s^8$ es simplemente porque el lagrangiano de la gravitación (el llamado lagrangiano de Einstein-Hilbert) tiene dimension $dim L_{E-H} \sim \frac{1}{L^2}$, por lo que

$$dim \frac{1}{\kappa_{10}^2} L_{E-H} V_{10} = 0 \quad (58)$$

La constante cuatridimensional κ_4 es el valor que está asociado a la longitud de Planck (definida, naturalmente, por los observadores cuatridimensionales). Pero los efectos de la gravitación en el subespacio ortogonal de dimensión n , vienen caracterizados por la escala κ_{10} , quien a su vez está directamente determinada por la escala de longitud asociada a la cuerda, l_s ($\kappa_{10} \equiv g_s l_s^4$) que puede ser mucho más grande que l_p , dado que

$$\frac{\kappa_{10}^2}{\kappa_4^2} = V_n V_{6-n} \quad (59)$$

con tal de que los volúmenes V_n y V_{6-n} sean a su vez, suficientemente grandes.

Es decir, que en este tipo de modelos hay dos tipos de gravitones: los que viven en la brana, y que se acoplan débilmente, con la intensidad dada por la constante de Newton ordinaria, y los gravitones del espacio ortogonal, que se acoplan con una intensidad mucho mayor.

Estos gravitones del espacio ortogonal podrían ser accesibles en los aceleradores en forma de defecto de energía y, de hecho, ya están en marcha búsquedas experimentales de los mismos.

Quizás sea éste el momento de recapitular, y hacer un balance de cuánto hemos avanzado en la comprensión del problema que ha sido el hilo conductor de este libro.

Cuán lejos estamos ahora del graal de los físicos?

Con las teorías de cuerdas se ha conseguido una teoría cuántica (probablemente) finita en teoría de perturbaciones. Es decir, que entendemos básicamente efectos de gravedad cuántica *en el espacio plano* (y en otros espacios particularmente sencillos. Pero todavía nada de la gravedad en acoplo fuerte, y todavía nada de las singularidades interesantes.

El precio a pagar es, evidentemente, que hay que postular una torre infinita de partículas que no se han observado (todas las excitaciones cuantizadas de la cuerda), además de la necesidad de que haya supersimetría espacio-temporal, para evitar las inestabilidades taquiónicas.

Por otra parte, la única teoría de perturbaciones que está más o menos bajo control es la realizada con respecto al espacio plano de Minkowski; es decir, que en el mejor de los casos, podríamos calcular amplitudes de colisión de gravitones; algo totalmente inobservable no sólo ahora, sino en el futuro imaginable.

Esto quiere decir, desgraciadamente que casi todos los problemas conceptuales que plantea la unificación de la gravitación y el principio cuántico están fuera de nuestro alcance por ahora. Una métrica no trivial corresponderá, previsiblemente a algún tipo de condensado de cuerdas que tendría que obtenerse a partir de las ecuaciones de alguna

teoría de campos de cuerdas. En el caso de las interacciones fuertes, se obtiene alguna información sobre condensados a partir de reglas de suma y también de simulaciones en el retículo, pero en ambos casos parece esencial el usar alguna información experimental. Por otra parte el uso del retículo en simulaciones con dimensiones extra y/o fermiones dinámicos es, por ahora, tarea demasiado complicada.

La estructura causal, del espacio tiempo, así como la equivalencia de todos los sistemas de referencia espaciotemporales, sólo son entendidas en el límite en el que la tensión de la cuerda es muy grande, límite en el que la cuerda colapsa a un punto, y la teoría de cuerdas se reduce a la teoría de campos.

Como se ha repetido muchas veces desde Homero, con frecuencia el viaje es más placentero que la llegada a la meta por anhelada que lo haya sido. La búsqueda y el análisis de las dificultades conceptuales de una convivencia armoniosa entre la gravitación y el principio cuántico son, en mi opinión, una de las aventuras intelectuales más fascinantes del siglo XXI.

References

- [1] H. Bondi, *Cosmology* (Cambridge University Press,1960).
- [2] J. Richard Gott, *Time travel in Einstein's universe: the possibility of travel through time*, (Houghton Mifflin Co.,2001).
- [3] D.Ruelle, *Hasard et chaos*, (Odile Jacob,1991).
- [4] K.S.Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous legacy*, (W.W. Norton, 1995).
- [5] R.M. Wald, *Space, Time and Gravity*, (The University of Chicago Press,1977).
- [6] S. Weinberg, *The First Three Minutes*, (Andre Deutsch,1977).
- [7] Richard Westfall, *Never at rest* (Cambridge University Press, 1983).